

**PT** PHYSIQUE  
2020—2021

**ELEC 4**

**Électronique  
numérique**



courtesy of : "© Raimond Spekking / CC BY-SA 3.0 (via Wikimedia Commons)"



# OBJECTIFS DU CHAPITRE

- À la fin de ce chapitre, vous devez être capable de :
  - Choisir une *fréquence d'échantillonnage* adaptée au signal à numériser ;
  - Choisir une *durée d'acquisition* adaptée au signal à numériser ;
  - Choisir une *carte d'acquisition de résolution* adaptée au signal à numériser ;
  - Reconnaître les effets d'une acquisition mal menée (*repliement spectral, bruit de quantification, ...*).

$$h_i = p_i + p_{th} \frac{Cu^{2+} + Zn^{2+}}{p} \frac{H(j\omega)}{d_{\sum_j k_j}} \exp\left(\frac{\mu_0}{T_{vap}}\right)$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \frac{H_{ALI}}{\Delta_{vap} s} = \frac{d_{\mu_0}}{T_{vap}} \frac{\mu_0}{\epsilon_0}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{\partial}{\partial t} \cdot \vec{E} + \text{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0$$

$$\Delta_r G = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\mu_0 \gamma \omega}{P, T} \right) \frac{1}{2} v^2 + g z +$$

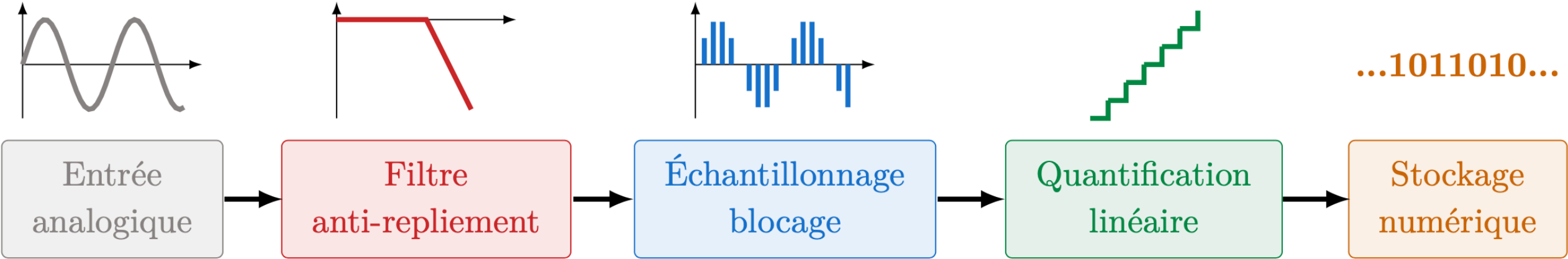
# CHAÎNE D'ACQUISITION DE DONNÉES ANALOGIQUES

## Donnée analogique

On appelle donnée analogique, toute grandeur représentée par un ensemble continu de valeurs.

## Donnée numérique

On appelle donnée numérique, toute grandeur représentée par un ensemble discret de valeurs.



Chaîne d'acquisition complète

# ÉCHANTILLONNAGE I

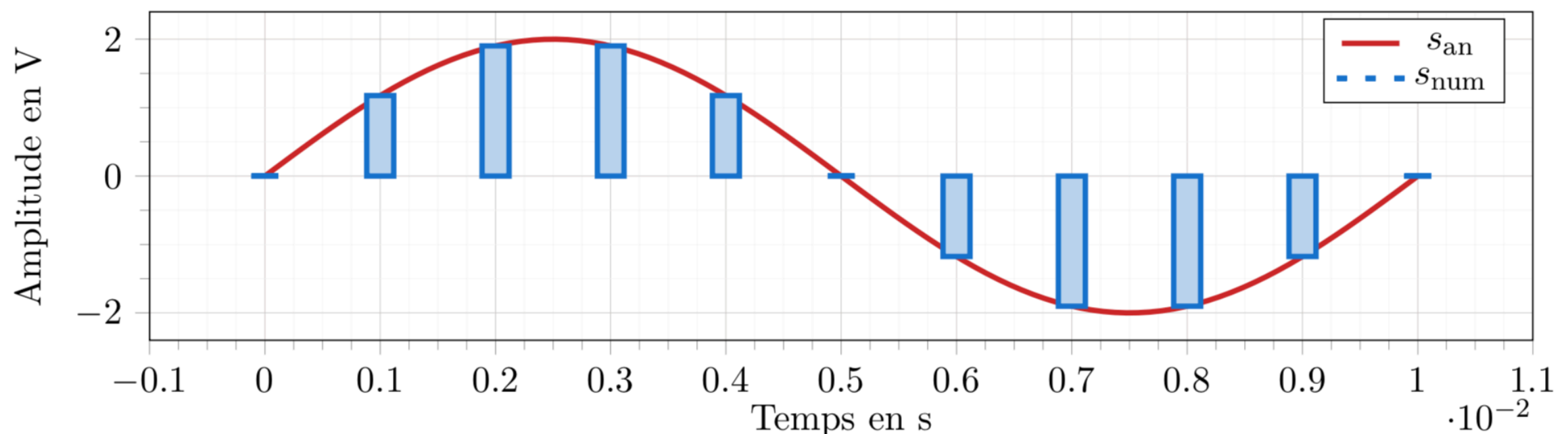
## Échantillonnage

On appelle *échantillonnage*, l'opération qui consiste à sélectionner tout ou partie d'un signal analogique  $s_{\text{an}}$ , en capturant un ensemble *discret* de valeurs qui composent le signal numérique  $s_{\text{num}}$ .

## Fréquence et période d'échantillonnage

On appelle *fréquence d'échantillonnage*, la fréquence  $f_e$  à laquelle sont capturées les valeurs discrètes du signal analogique  $s_{\text{an}}(t)$ .

On appelle *période d'échantillonnage*, l'intervalle de temps  $T_e = \frac{1}{f_e}$  qui sépare deux captures des valeurs discrètes du signal analogique  $s_{\text{an}}(t)$ .



Signal sinusoïdal de fréquence 1 kHz, échantillonné à 10 kHz



$$h]_{e_{\lambda_0}}^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \quad \text{Cu}^{2+} + \text{Zn}^{2+} \rightleftharpoons \text{Cu}^{+} + \text{Zn}^{+} \quad \text{rot } E =$$

$$p \in \mathbb{R} \quad H(j\omega) = d_{\sum_j \frac{b_j}{\omega_j}} \quad \exp\left\{ \frac{1}{\mu_0} \int_0^t \left( \frac{1}{\omega} \right) \right\}$$

$$\text{div } \vec{A} = 0 \quad \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad H_{\text{ALI}} = \frac{d_{\frac{\mu_0}{\omega}}}{\Delta_{\text{vap}} s} = \frac{\Delta_{\text{vap}}}{T_{\text{vap}}}$$

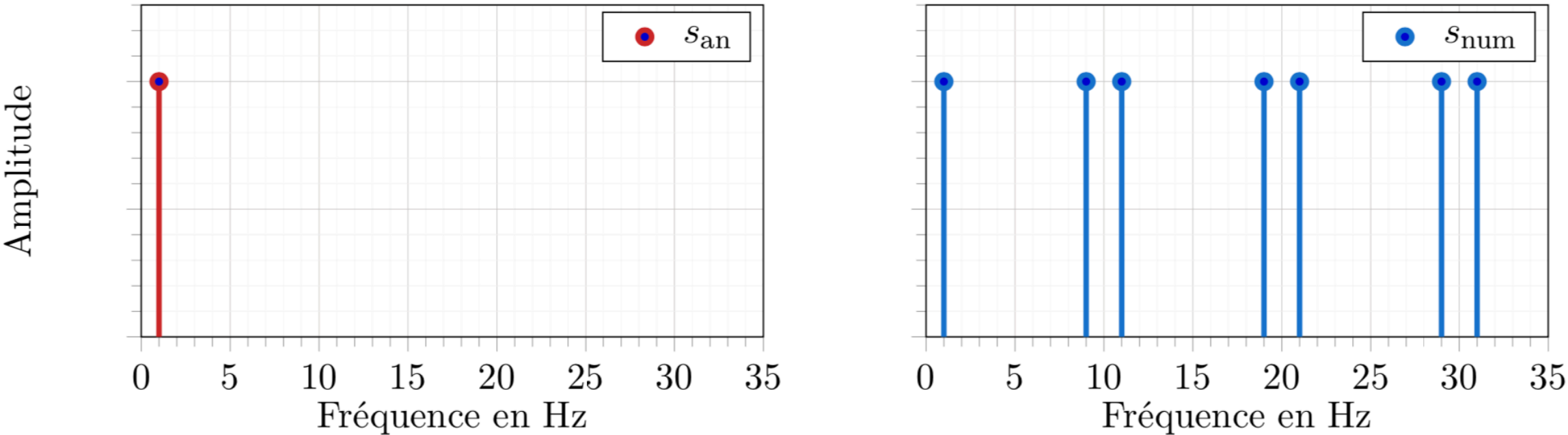
$$2\pi \frac{d}{dt} \cdot \vec{E} + \text{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0 \quad \mu_{\text{O}}^{\text{sc}}(\text{H}_2\text{O}) = 130,7,1 \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ$$

$$\frac{\lambda_0}{f} = (SM)^{\frac{1}{2}} = \varphi_0^{\frac{1}{2}} \left( \frac{E_{\text{O}}}{P_{\text{O}}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \Delta_r G = \Delta_r G^\circ + RT \ln Q \quad H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ \quad \frac{T}{\mu_0 \epsilon_0} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \right)$$

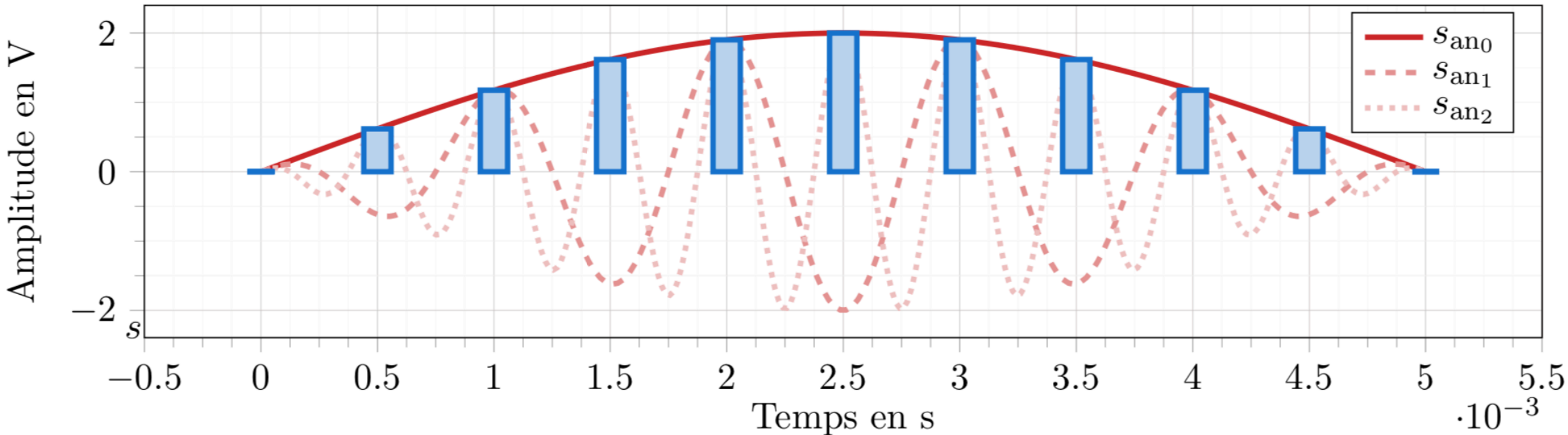
$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \quad \Delta_r G = \Delta_r G^\circ + RT \ln Q \quad \frac{\partial}{\partial \xi} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega} \quad \frac{1}{2} v^2 + gz +$$

$$+ (|\eta_{\text{Ox}}(i)| + |\eta_{\text{Red}}(i)|) \mathcal{F} V_i i$$

# ÉCHANTILLONNAGE 2



Spectre — gauche : signal analogique ; droite : signal numérisé



Reconstitutions possibles à partir du spectre du signal numérisé



$$h]_{e_{\lambda_0}}^{na} = p_i + p_{th} \quad \text{Cu}^{2+} + 2\text{H}^+ \rightleftharpoons \text{Cu}^{+} + \text{H}_2\text{O} \quad \text{rot } E =$$

$$p \in \frac{\pi}{2} \quad H(j\omega) = d \frac{\sum_k b_k z^{-k}}{\sum_j a_j z^{-j}} \quad \exp\left(\frac{1}{\mu_0} \int_0^t E(t') dt'\right)$$

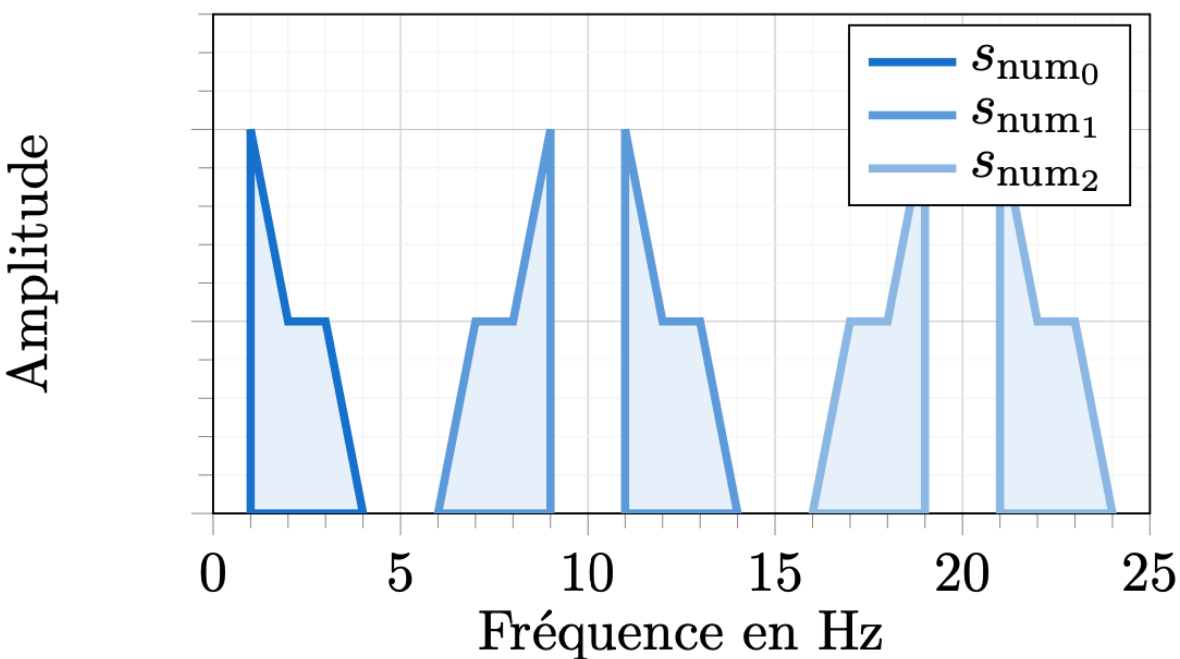
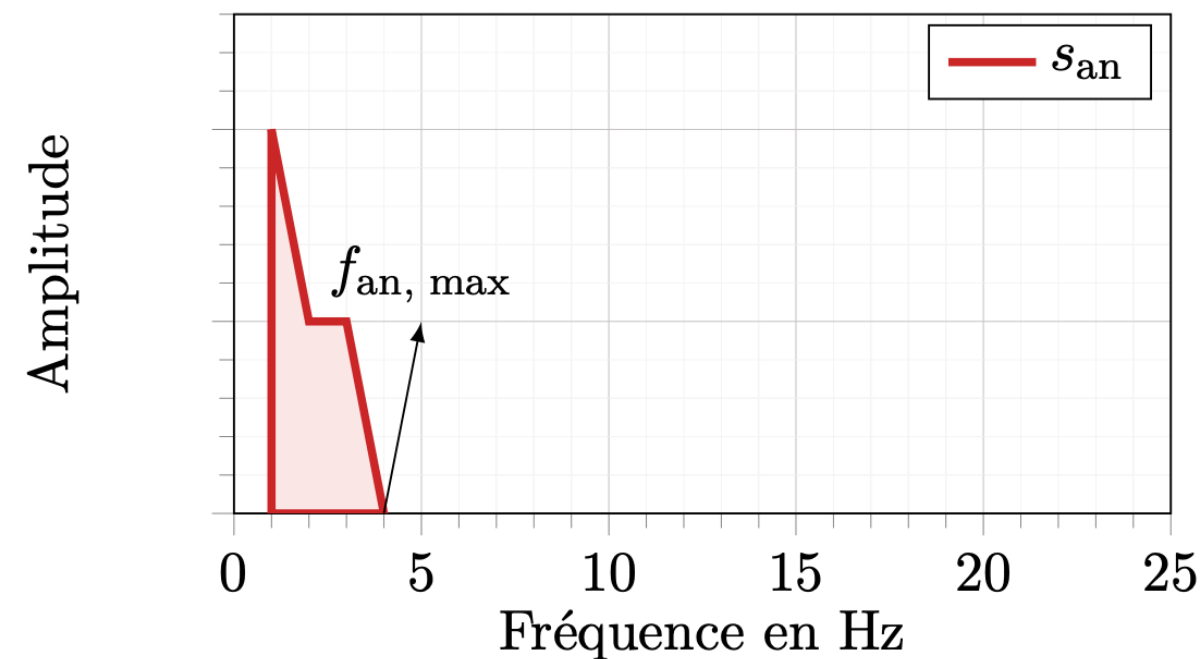
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \quad \Delta_{vap} s = \frac{\mu_0}{T_{vap}} \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ$$

$$\text{div } \vec{A} = 0 \quad 2\pi \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} + \text{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0 \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ$$

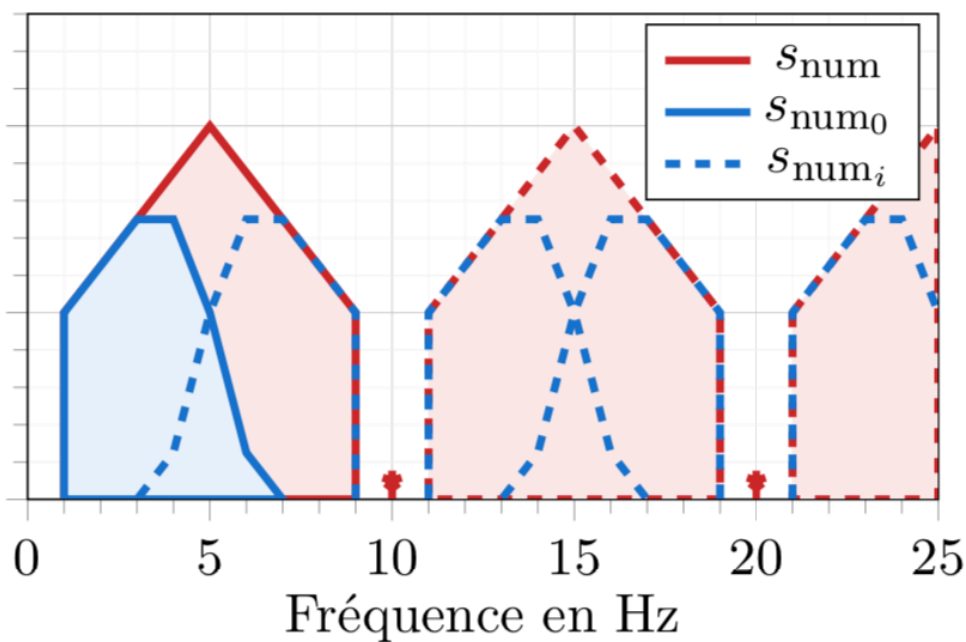
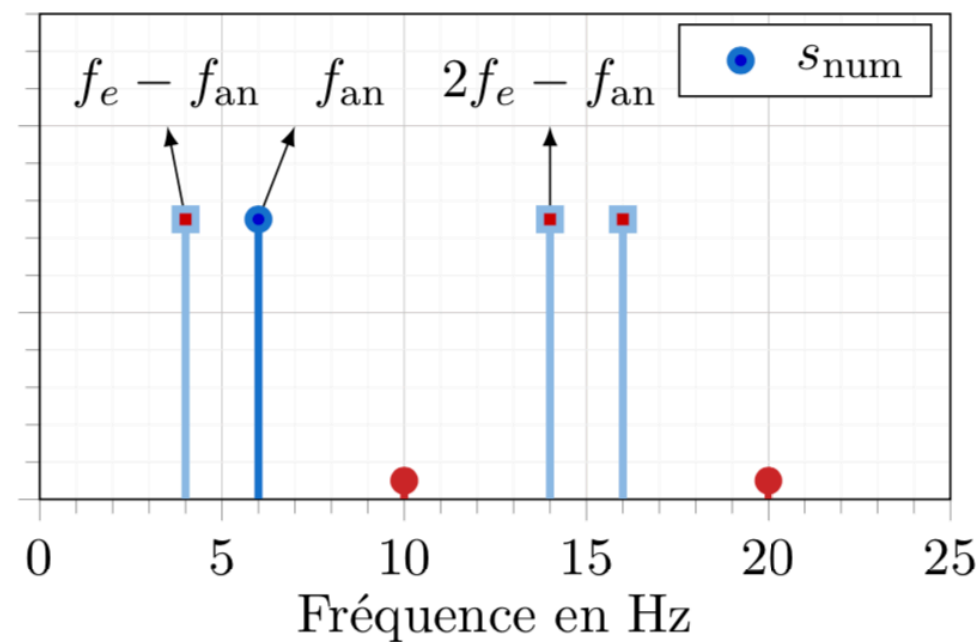
$$\frac{\lambda_0}{j} = \gamma \vec{E} \quad \Delta_r G = \frac{\partial}{\partial \xi} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega} \quad \frac{1}{2} v^2 + gz +$$

$$-(|\eta_{Ox}(i)| + |\eta_{Red}(i)|) \mathcal{F} V_i$$

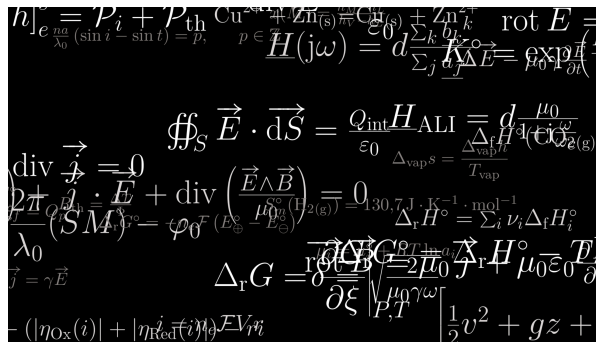
# ÉCHANTILLONNAGE REPLIEMENT SPECTRAL



Pas de repliement spectral : un filtre permet de reconstituer le signal analogique initial



Repliement spectral : le signal numérisé ne permet plus de revenir au signal analogique initial



# THÉORÈME DE NYQUIST-SHANNON

## Théorème de Nyquist-Shannon

Pour qu'un signal analogique  $s_{\text{an}}$  soit correctement échantillonné, la fréquence d'échantillonnage  $f_e$  choisie doit être au moins deux fois supérieure à la fréquence maximale  $f_{\text{max}}$  de  $s_{\text{an}}$ .

Cette contrainte est appelée *critère de NYQUIST-SHANNON* et s'écrit :

$$f_e \geq 2f_{\text{an, max}} \quad \text{ou encore} \quad T_e \leq \frac{T_{\text{an, max}}}{2}$$



$$h]_{e\frac{na}{\lambda_0}(\sin i - \sin t) = p, \quad \text{Cu}^{+2} + \text{Zn}^{+2} \rightleftharpoons \text{Cu}^{+1} + \text{Zn}^{+1} \quad \text{rot } E =$$

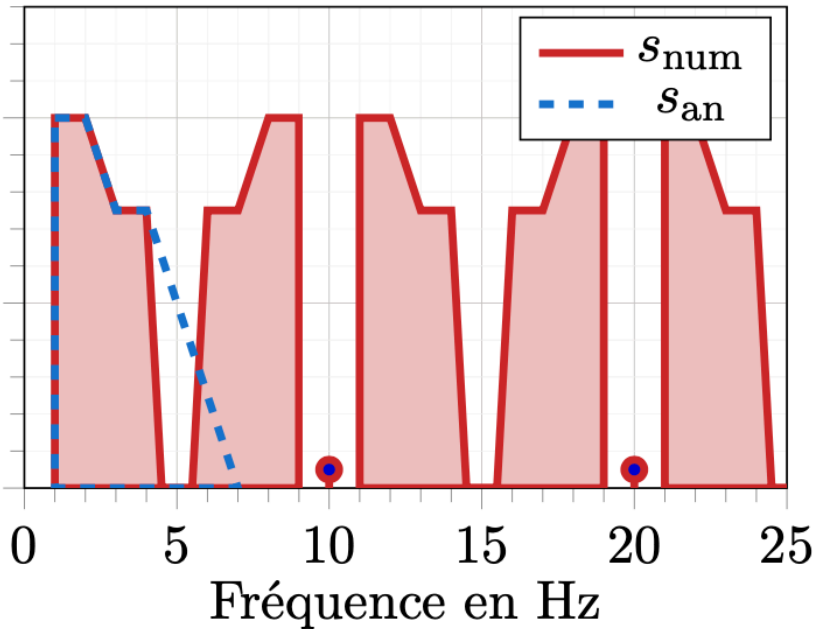
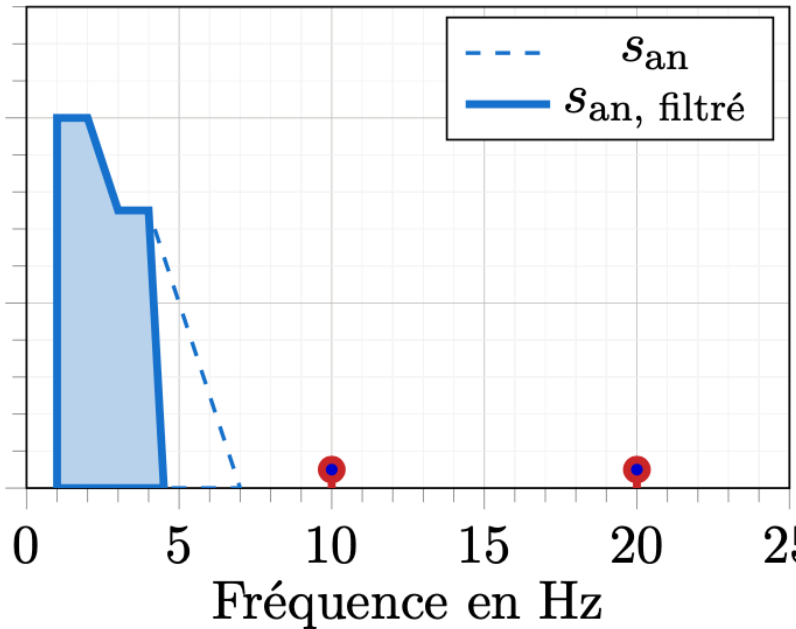
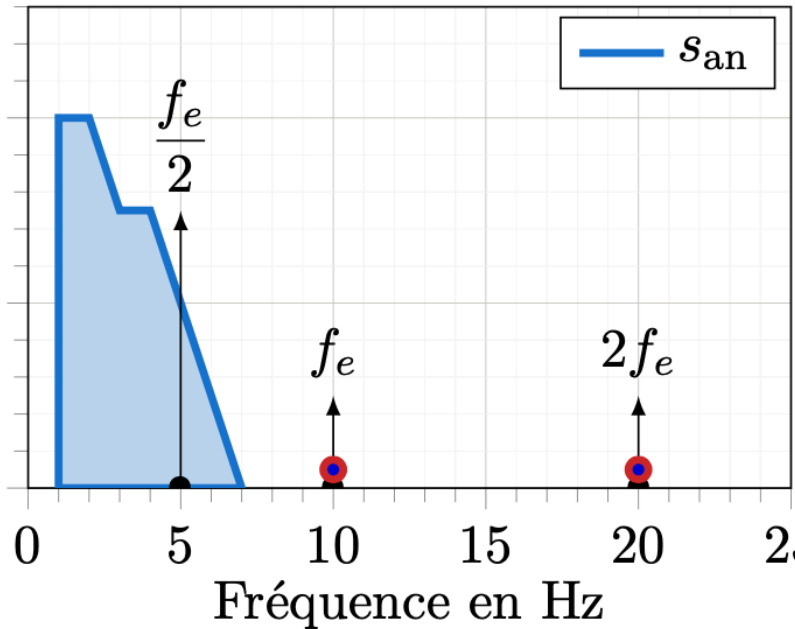
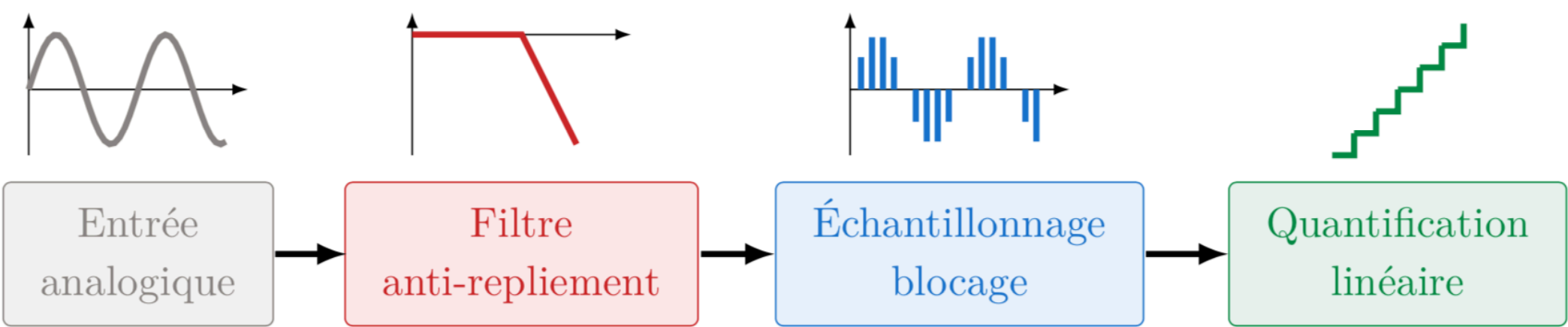
$$H(j\omega) = d \frac{\sum_k b_k z^{-k}}{\sum_j a_j z^{-j}} \quad \exp\left(\frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}}\right) = \exp\left(\frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}}\right)$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{\text{int}} \frac{H_{\text{ALI}}}{\varepsilon_0} = d \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}} \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega} \quad \frac{1}{2} v^2 + gz +$$

$$- (|\eta_{\text{Ox}}(i)| + |\eta_{\text{Red}}(i)|) \mathcal{F} V_i i$$

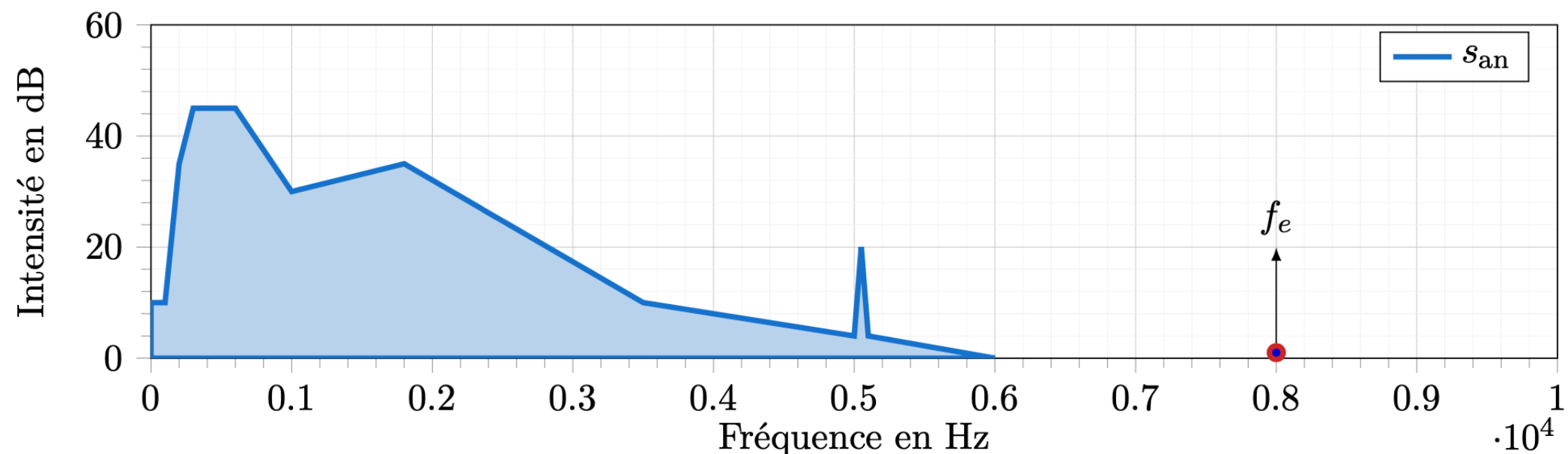
# FILTRE ANTI-REPLIEMENT



Le filtre anti-repliement « supprime » les fréquences supérieures à la moitié de la fréquence d'échantillonnage

# EXERCICE D'APPLICATION 2

On donne le spectre d'un signal analogique susceptible de transiter par téléphone. Ce signal a été parasité par un bruit haute fréquence à 5 kHz. Le signal audio est échantillonné à la fréquence  $f_e = 8,0$  kHz.



1. Tracer le spectre du signal échantillonné sur le même graphique. Commenter le résultat obtenu.
2. Comment pourrait-on se débarrasser du pic parasite qui apparaît dans le signal échantillonné et rendre le spectre du signal échantillonné plus proche de celui du signal analogique.

$$\begin{array}{l} n|_e = p_i + p^{\text{th}}_{\lambda_0} \sin i - \sin i = p, \quad \text{Cu}^{\text{Cu}} + \text{Zn}(\text{s}) \rightleftharpoons \text{Cu}(\text{s}) + \text{Zn}^{\text{Zn}} \quad \text{rot } E = \\ p \in H(\text{jw}) = d_{\sum_j \frac{b_j}{-f}} \frac{K_{\Delta E}}{K_{\Delta E}} = \exp \left\{ \frac{1}{\rho_0} \frac{1}{\rho_0} \right\} \\ \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \frac{H_{\text{ALI}}}{\Delta_{\text{vap}} s} = d_{\text{ALI}} \frac{\mu_0}{\Delta_{\text{vap}} s} \left( \frac{1}{\Delta_{\text{vap}} s} \right) \\ \text{div} \frac{\vec{A}}{f} = 0 \\ 2\pi \frac{1}{Q_{\text{eff}}} \frac{\vec{A} \cdot \vec{E}}{(S M)} + \text{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_{\text{eff}}^{\text{SC}}(1/2g)} \right) = 0 \\ \frac{\lambda_0}{f} = \varphi_0^{F(E_{\oplus} - E_{\oplus}^{(2g)})} = 430,71 \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \\ \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ \\ \frac{\lambda_0}{f} = \gamma \vec{E} \\ \Delta_r G = 0 = \frac{\partial \Delta_r G}{\partial \xi} = 2 \mu_0 \gamma \vec{E} \cdot \vec{A} \cdot \mu_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial}{\partial} \\ -(|n_{\text{Ox}}(i)| + |n_{\text{Red}}(i)|) \gamma_{\text{EV}} r_i \\ \frac{1}{2} v^2 + g z +$$

- utiliser une fréquence d'échantillonnage telle que  $f_e \geq 2f_{\text{an, max}}$  ;
- filtrer le signal analogique avec un filtre passe-bas tel que  $f_c \leq \frac{f_e}{2}$  ;
- analyser ou utiliser uniquement la partie  $f \in [0, \frac{f_e}{2}]$  du spectre numérique obtenu.

$$h]_{e\frac{na}{\lambda_0}(\sin i - \sin t) = p,}^{\text{Cu}^{+0.4} + \text{Zn}^{+0.6} + \text{Cu}^{+0.4} + \text{Zn}^{+0.6}} \frac{H(j\omega)}{H(j\omega)} = d_{\sum_j \frac{b_j}{\omega_j}} \exp\left(\frac{\text{rot } E}{\mu_0 \epsilon_0 \omega}\right)$$

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad \Delta_{\text{vap}} S = \frac{\Delta_{\text{vap}} H}{T_{\text{vap}}}$$

$$2\pi \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) + \text{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0 \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ$$

$$\frac{\lambda_0}{j} = \gamma \vec{E} \quad \Delta_r G = \Delta_r G^\circ + RT \ln Q$$

$$+ (|\eta_{\text{Ox}}(i)| + |\eta_{\text{Red}}(i)|) \mathcal{E} V_i$$

# QUANTIFICATION

## Tension de plein échelle

On appelle *tension de pleine échelle* d'un CAN, notée  $V_{\text{PE}}$ , l'écart entre la tension minimale et maximale mesurable par la carte d'acquisition.

## Résolution d'une carte d'acquisition

On appelle *résolution d'une carte d'acquisition*, exprimée en bits, le nombre de valeurs mesurables dans la gamme offerte par la tension de pleine échelle  $V_{\text{PE}}$  de la carte.

La précision associée est appelée *quantum* de mesure, ou Least Significant Bit :

$$q = \frac{V_{\text{PE}}}{2^N}$$

$$h]_e^{\frac{na}{\lambda_0}(\sin i - \sin t) = p, \quad p \in \frac{\mathbb{Z}}{H(j\omega)} = d \frac{\sum_k b_k z^k}{\sum_j a_j z^j} = \exp\left(\frac{1}{\mu_0} \operatorname{rot} E = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{div} \vec{E} \cdot \vec{dS} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = \frac{H_{\text{ALI}}}{\Delta_{\text{vap}} s} = \frac{d \frac{\mu_0}{\Delta_{\text{vap}} s}}{T_{\text{vap}}}\right)$$

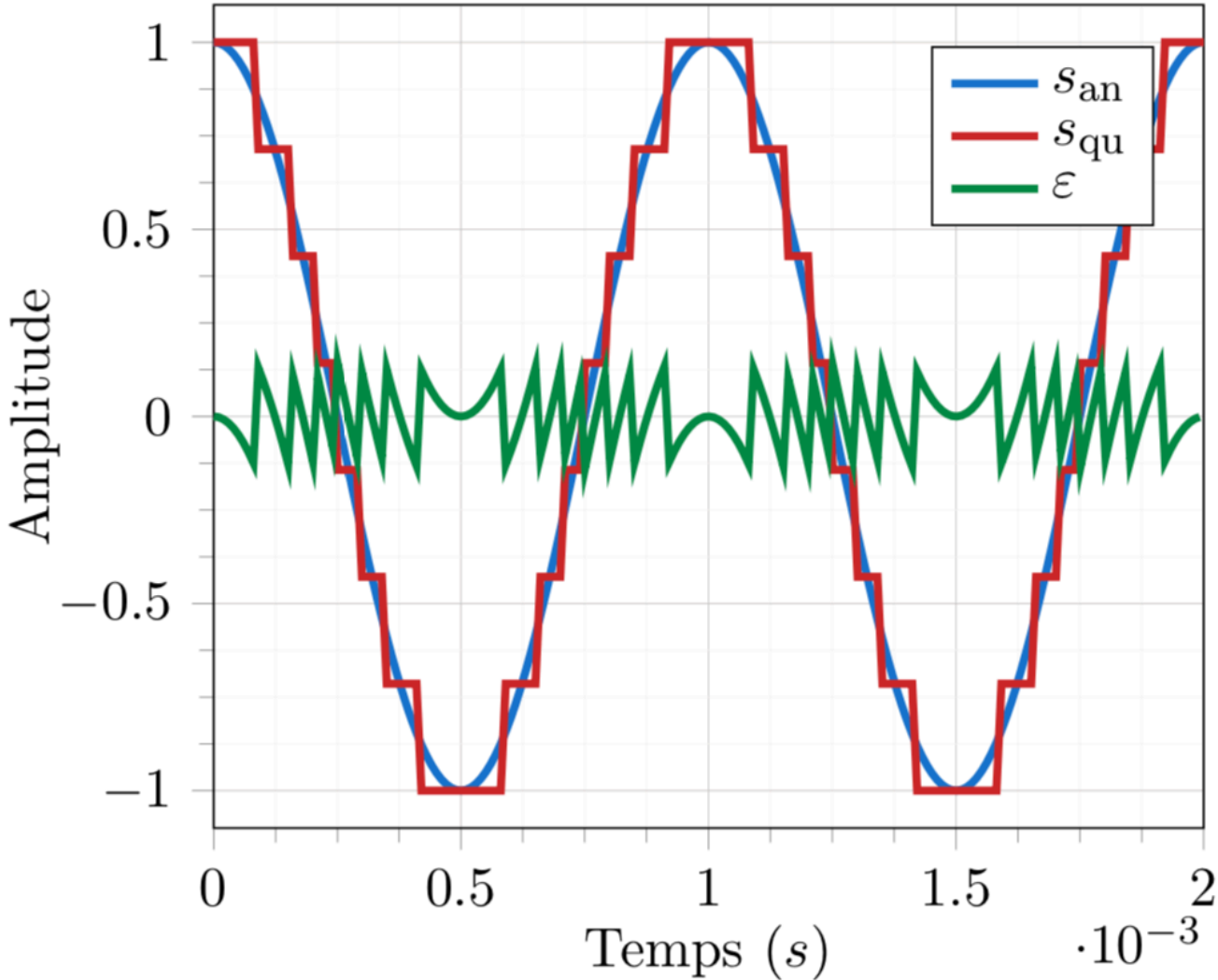
$$\operatorname{div} \vec{A} = 0 \quad \oint_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = \frac{H_{\text{ALI}}}{\Delta_{\text{vap}} s} = \frac{d \frac{\mu_0}{\Delta_{\text{vap}} s}}{T_{\text{vap}}}$$

$$2\pi \frac{d}{dt} \cdot \vec{E} + \operatorname{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0 \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_r H_i^\circ$$

$$\frac{\lambda_0}{j} = \gamma \vec{E} \quad \Delta_r G = \frac{1}{\partial \xi} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega} \left[ \frac{1}{2} v^2 + g z + \right]$$

$$+ (|\eta_{\text{Ox}}(i)| + |\eta_{\text{Red}}^i(i)|) \mathcal{E} V_i i$$

# ERREUR DE QUANTIFICATION



Erreur de quantification due à une carte d'acquisition à 3 bits, utilisée sur la pleine échelle

$$h]_e^{\frac{na}{\lambda_0}(\sin i - \sin t) = p, \quad p \in \frac{\pi}{2}, \quad \text{Cu}^{2+} + \text{Zn}^{2+} + 2\text{H}^+ \rightleftharpoons \text{Cu}^{+} + \text{Zn}^{+} + \text{H}_2$$

$$H(j\omega) = d \frac{\sum_k b_k z^{-k}}{\sum_j a_j z^{-j}} \exp\left\{j\left(\sum_k \tau_k - \sum_j \tau_j\right)\right\}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad \Delta_{\text{vap}} s = \frac{\Delta_{\text{vap}} h}{T_{\text{vap}}}$$

$$\text{div} \frac{\vec{A}}{r} = 0 \quad 2\pi \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} + \text{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{r^2} \right) = 0 \quad \mu_{\text{H}}^{\text{H}} = 130.7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ$$

$$\frac{\lambda_0}{j} = \gamma \vec{E} \quad \Delta_r G = \Delta_r G^\circ + RT \ln Q \quad \vec{H}^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ \quad \frac{\partial}{\partial \xi} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega} \left| \frac{1}{2} v^2 + gz + \right.$$

$$+ (|\eta_{\text{Ox}}(i)| + |\eta_{\text{Red}}(i)|) \mathcal{F} V_i i$$

# FILTRAGE NUMÉRIQUE

```
def filtre_PB(s_num,f_c):
    Na=len(s_num) # on récupère le nombre de points d'échantillonnage
    s_filtre=[i for i in s_num] # on initialise la fonction filtre
    delta_t=Tmax/(Na-1) # on calcule le pas de temps
    for i in range(Na-1) :
        s_filtre[i+1]=s_filtre[i]+2*np.pi*f_c*delta_t*(s_num[i]-s_filtre[i])
    return s_filtre
```

Code python pour réaliser un filtrage numérique passe-bas

