

PT PHYSIQUE

EMAG I

Équations de Maxwell



OBJECTIFS DU CHAPITRE

- À la fin de ce chapitre, vous devez être capable de :
 - Choisir et utiliser le *modèle idéalisé de distribution de charge ou de courant* qui correspond au problème étudié ;
 - Établir et exploiter un *bilan local de conservation des charges* ;
 - Connaître les *équations de Maxwell* dans leurs *formulations locales et globales* ;
 - Écrire et exploiter un *bilan d'énergie électromagnétique* (*théorème de Poynting*).

$$\begin{aligned}
 n]e^{\frac{na}{\lambda_0}(\sin i - \sin t)} &= p, & \text{Cu}^{+2} + \text{Zn}^{+2} &\rightleftharpoons \text{Cu}^{+1} + \text{Zn}^{+1} \\
 p \in \mathbb{P} & \quad H(j\omega) = d \frac{\sum_k b_k z^k}{\sum_j a_j z^j} = \exp\left(\int_0^{\infty} h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \right) \\
 \text{rot } E &= -\frac{1}{c} \frac{dH}{dt} \\
 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{\Delta_{\text{vap}}}{T_{\text{vap}}} \\
 \Delta_{\text{vap}} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dE}{dr} \right) \\
 \text{div } \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\
 \Delta_r G &= -RT \ln K \\
 \Delta_r G &= \sum_i \nu_i \Delta_f G_i^\circ \\
 \Delta_r G &= \sum_i \nu_i \Delta_f G_i^\circ \\
 \Delta_r G &= \sum_i \nu_i \Delta_f G_i^\circ
 \end{aligned}$$

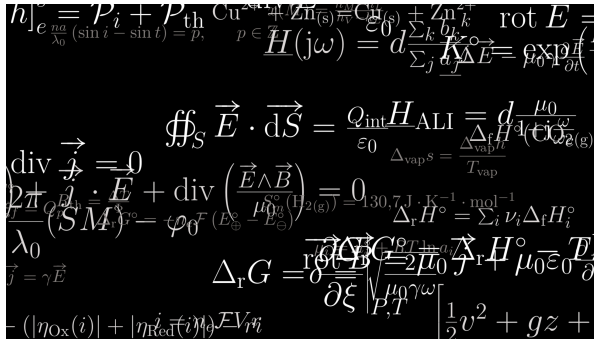
MILIEUX CONDUCTEUR

Milieu conducteur

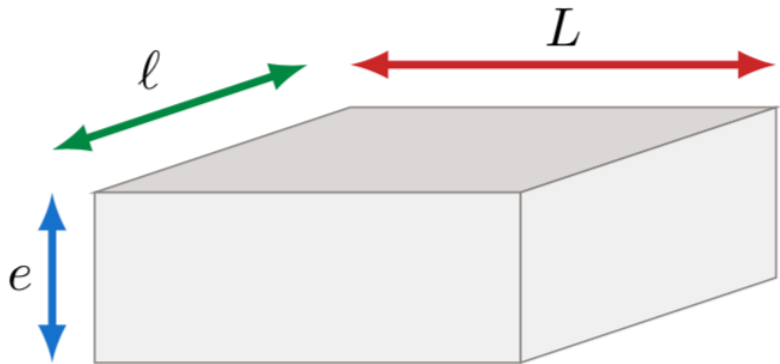
On qualifie de conducteur un milieu, macroscopique ou mésoscopique, contenant un ensemble de charges susceptibles de se déplacer sur une échelle grande devant le libre parcours moyen d'un de ses constituants (ou devant le paramètre de maille d'une structure cristalline).

Par opposition, un milieu non conducteur est dit « isolant ».

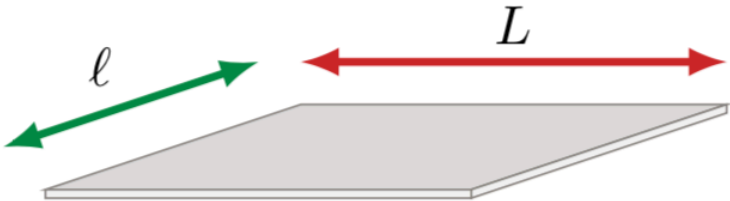
Bons conducteurs		Mauvais conducteurs		Isolants	
$\gamma \text{ (}\Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}\text{)}$		$\gamma \text{ (}\Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}\text{)}$		$\gamma \text{ (}\Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}\text{)}$	
Argent	$6,1 \cdot 10^7$	Eau de mer	0,2	Huile minérale	$2 \cdot 10^{-11}$
Cuivre	$5,8 \cdot 10^7$	Silicium	$4,3 \cdot 10^{-4}$	Verre	$1 \cdot 10^{-15}$
Or	$4,5 \cdot 10^7$	Eau distillée	$2 \cdot 10^{-4}$	Quartz	$2 \cdot 10^{-17}$



CHARGE ÉLECTRIQUE



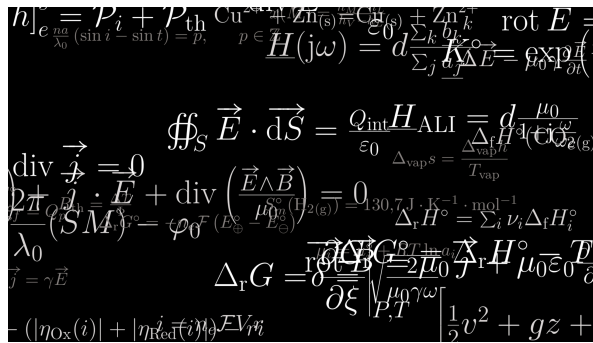
Système tri-dimensionnel
 $L \sim l \sim e$



Système bi-dimensionnel
 $e \ll L, l$



Système uni-dimensionnel
 $e, l \ll L$



CHARGE ÉLECTRIQUE : MODÈLE 3D

Densité volumique de charge

On appelle densité volumique de charge du point M , ou charge volumique, la grandeur notée $\rho(M)$, exprimée en $\text{C} \cdot \text{m}^{-3}$, et définie par

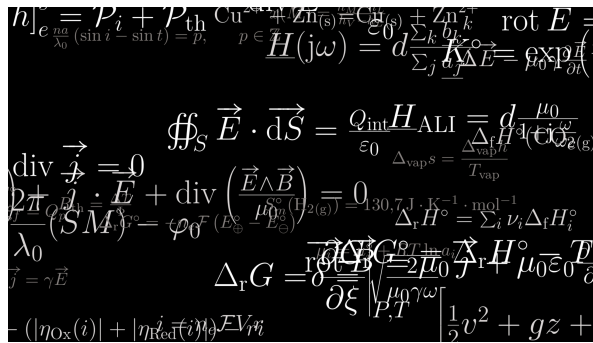
$$\rho(M) = \frac{\delta q}{\delta V}(M)$$

où δq est la charge de l'élément mésoscopique centré en M de volume δV .

Charge macroscopique et densité volumique de charge

La charge macroscopique Q d'un système matériel de volume V et de densité volumique de charge $\rho(M)$ s'exprime par

$$Q = \iiint_{M \in V} \rho(M) dV \quad (13.1)$$



CHARGE ÉLECTRIQUE : MODÈLE 2D

Densité surfacique de charge

On appelle densité surfacique de charge du point M , ou charge surfacique, la grandeur scalaire notée $\sigma(M)$, exprimée en $\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$, et définie par

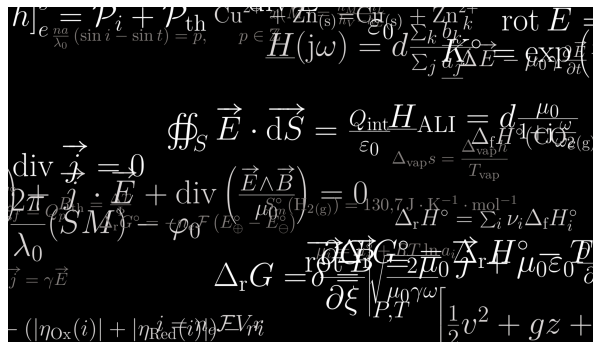
$$\sigma(M) = \frac{\delta q}{\delta S}(M)$$

où δq est la charge de l'élément mésoscopique centré en M de surface δS .

Charge macroscopique et densité surfacique de charge

La charge macroscopique Q d'un système matériel bi-dimensionnel de surface S et de densité surfacique de charge $\sigma(M)$ s'exprime par

$$Q = \iint_{M \in S} \sigma(M) dS$$



CHARGE ÉLECTRIQUE : MODÈLE 1D

Densité linéique de charge

On appelle densité linéique de charge du point M , ou charge linéique, la grandeur scalaire notée $\lambda(M)$, exprimée en $\text{C} \cdot \text{m}^{-1}$, et définie par

$$\lambda(M) = \frac{\delta q}{\delta \ell}(M)$$

où δq est la charge de l'élément mésoscopique centré en M de longueur $\delta \ell$.

Charge macroscopique et densité linéique de charge

La charge macroscopique Q d'un système matériel uni-dimensionnel de longueur L et de densité linéique de charge $\lambda(M)$ s'exprime par

$$Q = \int_{M \in L} \lambda(M) d\ell$$

$$n]_e^{\frac{na}{\lambda_0}(\sin i - \sin t) = p, \quad p \in \frac{H(j\omega)}{d_{\sum_j \frac{b_j}{\lambda_j}}}, \quad \text{rot } E = \frac{\mu_0}{c} \frac{dI}{dt}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{H_{\text{ALI}}}{\Delta_{\text{vap}} s} = \frac{d_{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}}{\Delta_{\text{vap}} s} = \frac{d_{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}}{T_{\text{vap}}}$$

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad \text{div } \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0 \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_r H_i^\circ$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{d}{dz} \left(\frac{E}{\sin i} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{d}{dz} \left(\frac{E}{\sin t} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{d}{dz} \left(\frac{E}{\sin i} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{d}{dz} \left(\frac{E}{\sin t} \right)$$

$$\Delta_r G = \frac{1}{2} \mu_0 \gamma \omega^2 \left(\frac{1}{2} v^2 + gz + \dots \right)$$

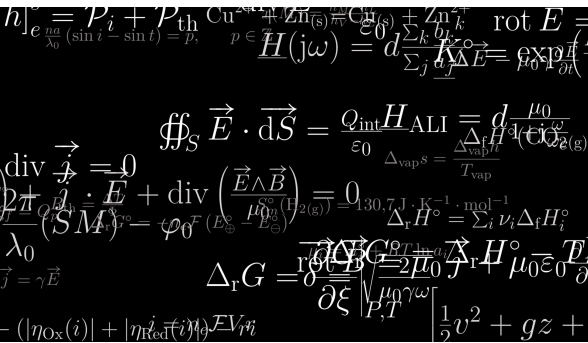
$$+ (|\eta_{\text{Ox}}(i)| + |\eta_{\text{Red}}(i)|) \mathcal{F} V_i$$

DÉPLACEMENT DES PORTEURS DE CHARGE & COURANT ÉLECTRIQUE

Charges libres, charges liées

On appelle « charges libres » les charges électriques capables de se déplacer sur des distances grandes devant la longueur caractéristique microscopique, et « charges liées » les charges quasiment immobiles à l'échelle microscopique.

Milieu conducteur	Porteur(s) de charge
Métal	électrons de charge $q = -e$
Solution ionique	anions et cations de charge $q = \pm Ze$
Plasma	cations de charge $q = +Ze$ et électrons



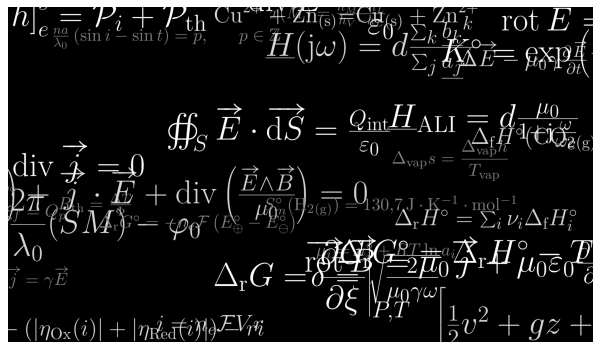
COURANT ÉLECTRIQUE

Courant électrique

On appelle courant électrique, la grandeur notée i , exprimée en A, qui mesure la quantité de charge δq qui traverse une section donnée d'un milieu conducteur pendant l'intervalle de temps dt , et vérifie :

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

Phénomène	Ordre de grandeur en A
Seuil de perception humaine	1.10^{-3}
Seuil de fibrillation cardiaque	75.10^{-3}
Fonctionnement d'un téléphone portable	0,35
Foudre	$10.10^3 \sim 100.10^3$



COURANT ÉLECTRIQUE : MODÈLE 3D

Vecteur densité volumique de courant

On appelle vecteur densité volumique de courant, la grandeur vectorielle notée \vec{j} , exprimée en $A \cdot m^{-2}$, et définie par :

$$\vec{j} = \sum_{i=1}^N \rho_i \vec{v}_i$$

où ρ_i est la densité volumique de charge et \vec{v}_i la vitesse moyenne, de l'espèce i , à l'échelle mésoscopique .

Intensité et densité volumique de courant

L'intensité i qui traverse une surface S d'un système macroscopique se calcule selon :

$$i = \iint_{M \in S} \vec{j}(M) \cdot \vec{n} dS \quad (13.2)$$

où \vec{n} est le vecteur normal à S en M .

EXERCICE D'APPLICATION I

On considère un fil de cuivre de section $s = 2,5 \text{ mm}^2$ qui support un courant continu $I = 1 \text{ A}$.

1. Exprimer et calculer le module j du vecteur densité volumique de courant.
2. On estime que chaque atome d'un cristal de cuivre libère 1,3 électron libre. En utilisant les données ci-dessous, établir et calculer la densité volumique de charges libres ρ_m .
3. En déduire la vitesse moyenne des porteurs de charge.

Données :

$$\mu_{\text{Cu}} = 8960 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad M_{\text{Cu}} = 69,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$h]_{\frac{na}{\lambda_0}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{th} \quad \text{Cu}^{2+} + \text{Zn}^{2+} \rightleftharpoons \text{Cu}^{+} + \text{Zn}^{+} \quad \text{rot } E =$$

$$p \in \frac{H(j\omega)}{d_{\sum_j} k_j} = \exp\left(\frac{\Delta_{vap}}{T_{vap}}\right)$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \quad \Delta_{vap} = \frac{\mu_0}{T_{vap}}$$

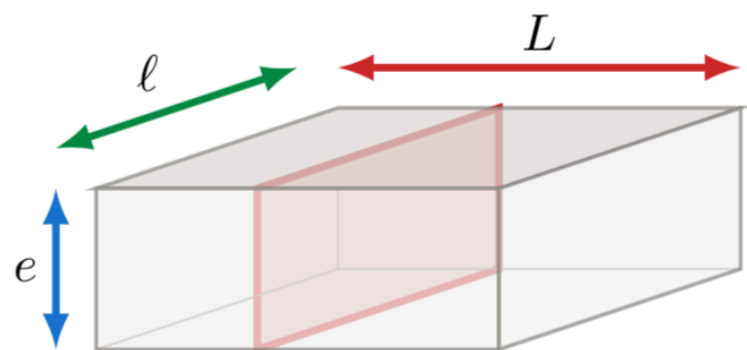
$$\text{div } \vec{A} = 0 \quad \frac{2\pi}{\epsilon_0} \vec{E} + \text{div} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0 \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_r H_i^\circ$$

$$\frac{\lambda_0}{j} = \gamma \vec{E} \quad \Delta_r G = \Delta_r G^\circ + RT \ln Q$$

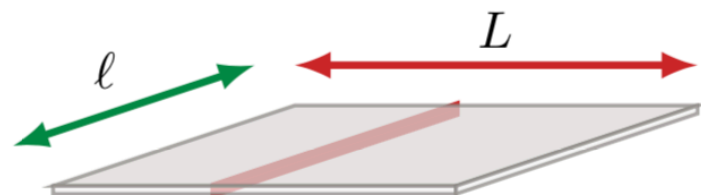
$$+ (|\eta_{ox}(i)| + |\eta_{red}(i)|) F V_i$$

$$\frac{1}{2} v^2 + gz +$$

COURANT ÉLECTRIQUE : MODÈLES DÉGÉNÉRÉS



Système tri-dimensionnel
 $L \sim \ell \sim e$



Système bi-dimensionnel
 $e \ll L, \ell$



Système uni-dimensionnel
 $e, \ell \ll L$

Densité surfacique de courant

On appelle vecteur densité surfacique de courant, la grandeur vectorielle notée \vec{j} , exprimée en $A \cdot m^{-1}$, et définie par :

$$\vec{j} = \sum_{i=1}^N \sigma_i \vec{v}_i$$

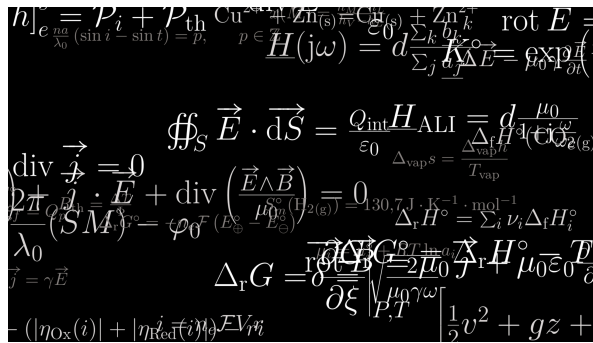
où σ_i est la densité surfacique de charge et \vec{v}_i la vitesse moyenne de l'espèce i , à l'échelle mésoscopique .

Densité linéique de courant

On appelle vecteur densité linéique de courant, la grandeur vectorielle notée \vec{j} , exprimée en A, et définie par :

$$\vec{j} = \sum_{i=1}^N \lambda_i \vec{v}_i$$

où λ est la densité linéique de charge et \vec{v}_i la vitesse moyenne de l'espèce i , à l'échelle mésoscopique .



COURANT ÉLECTRIQUE : MODÈLES DÉGÉNÉRÉS

Intensité et densité surfacique de courant

L'intensité i qui traverse une courbe C d'un système bi-dimensionnel se calcule selon :

$$i = \int_{M \in C} \vec{j}(M) \cdot \vec{n} d\ell$$

où \vec{n} est le vecteur normal au déplacement élémentaire $d\vec{\ell}$ et appartenant à la surface dans laquelle se déplace les porteurs de charge.

Intensité et densité linéique de courant

L'intensité i qui traverse un point P d'un système uni-dimensionnel se calcule selon :

$$i = \vec{j}(M) \cdot \vec{u} = j(M)$$

où \vec{u} est le vecteur unitaire colinéaire à \vec{j} .

$$h]_{\frac{na}{\lambda_0}(\sin i - \sin t)} = p, \quad \text{Cu}^{2+} + \text{Zn}^{2+} \rightleftharpoons \text{Cu}^{+} + \text{Zn}^{+} \quad \text{rot } E =$$

$$\frac{H(j\omega)}{d_{\sum_j} k_{\sum_j}} = \exp\left(\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial t} \right) \right)$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{d}{dt} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial t} \right)$$

$$\text{div} \vec{E} = 0 \quad \text{div} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0 \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_r H_i^\circ$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial t} \right) = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial t} \right) \quad \Delta_r G = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial t} \right)$$

$$- (|\eta_{\text{Ox}}(i)| + |\eta_{\text{Red}}(i)|) \mathcal{F} V_i$$

EXERCICE D'APPLICATION 2

Soit un conducteur cylindrique \mathcal{C} , d'axe Oz , de rayon R et parcouru par le vecteur densité de courant volumique suivant :

$$\vec{j} = j_0 \exp\left(-\frac{r}{\delta}\right) \vec{e}_z$$

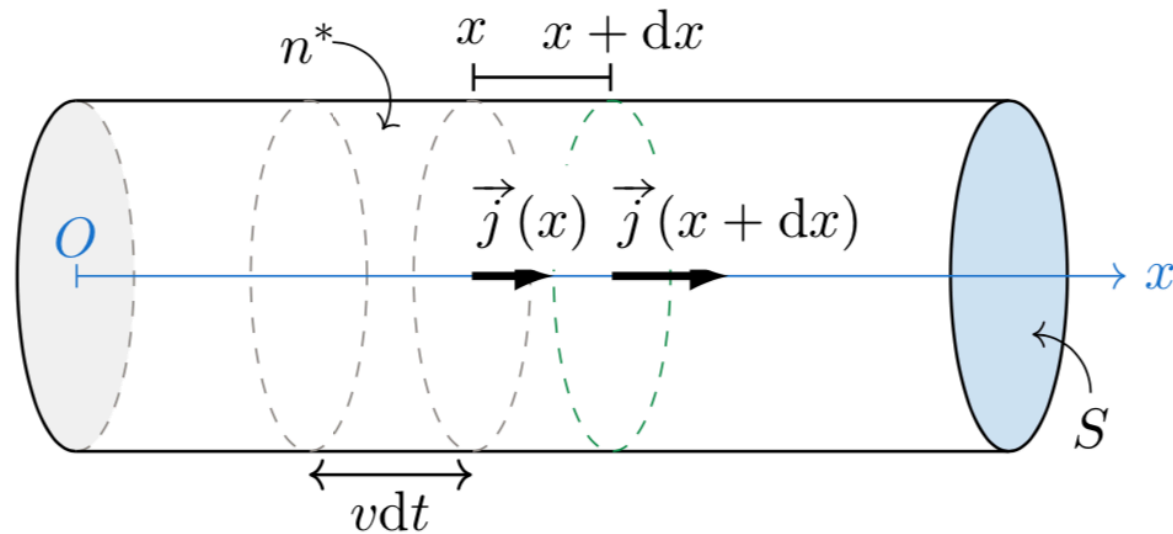
1. Définir et exprimer l'intensité I_0 qui traverse tout section droite de ce cylindre.
2. Que devient ce résultat si $\delta \ll R$?

Soit un conducteur \mathcal{C} de type feuille d'aluminium, de largeur L , de longueur ℓ et d'épaisseur e avec $e \ll \ell, L$. On oriente cette feuille de sorte que la longueur soit sur l'axe Ox la largeur sur l'axe Oy et l'épaisseur soit sur l'axe Oz . Compte-tenu de l'épaisseur négligeable de \mathcal{C} , on modélise le vecteur densité de courant par un vecteur densité de courant surfacique

$$\vec{j}_s = j_0 \vec{e}_x$$

3. Définir et exprimer l'intensité I_0 qui traverse la feuille d'aluminium.

LOI LOCALE DE CONSERVATION DE LA CHARGE

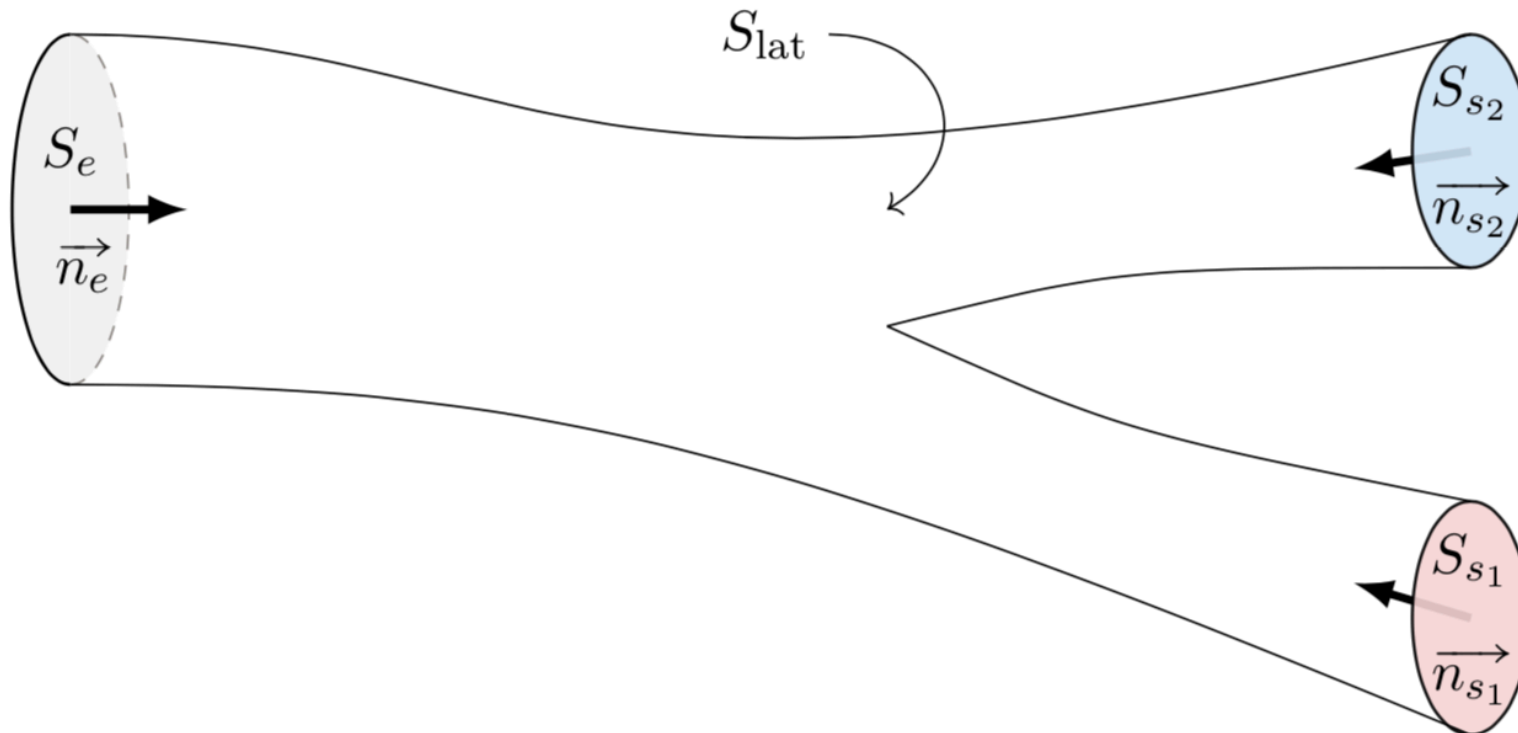


Loi locale de conservation de la charge électrique

Soit une distribution de charges, caractérisée par la densité volumique de charges ρ_{tot} et parcourue par la densité volumique de courant \vec{j} , ces deux grandeurs vérifient localement :

$$\frac{\partial \rho_{\text{tot}}}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = 0 \quad (13.3)$$

LOI INTÉGRALE DE CONSERVATION DE LA CHARGE



Loi intégrale de conservation de la charge

Soit un corps macroscopique, de volume V , de surface extérieure fermée S_V de charge $Q_{\text{tot}}(t)$, parcouru par un vecteur densité de courant $\vec{j}(M)$ vérifie :

$$\frac{dQ_{\text{tot}}}{dt} + \oiint_{S_V} \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (13.4)$$

LIEN AVEC LE CHAMP ÉLECTRIQUE : LOI D'OHM LOCALE

Loi d'Ohm locale

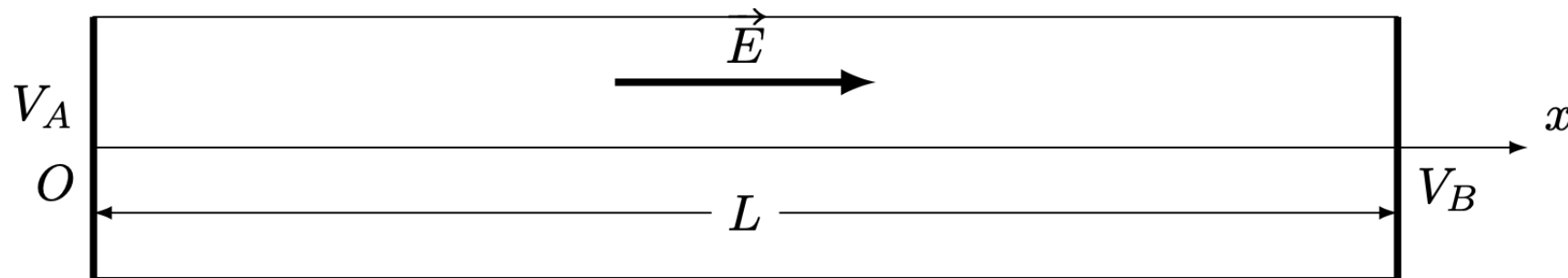
Dans un milieu linéaire, homogène et isotrope, et si le gradient de potentiel n'est pas trop élevé, le vecteur densité volumique de courant vérifie la loi d'OHM locale :

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \quad (13.5)$$

La grandeur γ est appelée *conductivité*, son unité SI est $\Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$. On définit également la grandeur *résistivité* $\rho = \frac{1}{\gamma}$, son unité SI est $\Omega \cdot \text{m}$.

EXERCICE D'APPLICATION 3

On modélise un fil conducteur par un cylindre d'axe Ox , de longueur L , de section S et de conductivité γ . En régime permanent, un champ $\vec{E} = \frac{V_A - V_B}{L} \vec{u}_x$ règne dans le fil où V_A (resp. V_B) est le potentiel qui règne en A (resp. B).



1. Exprimer le vecteur densité volumique de courant présent dans ce fil.
2. En déduire une expression du courant I en fonction de γ , S , L et $U = V_A - V_B$ la différence de potentiel aux bornes du fil.
3. En déduire une expression de la résistance R du fil en fonction de S , L et γ .
4. Exprimer la puissance volumique JOULE cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge.
5. En déduire la puissance JOULE cédée au matériau conducteur ?

LOIS DE MAXWELL : RELATIONS SOURCE — CHAMP

Loi de Maxwell - Gauss

La loi de MAXWELL-GAUSS relie le champ \vec{E} à la densité volumique de charge qui lui a donné naissance selon :

$$\operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (13.6)$$

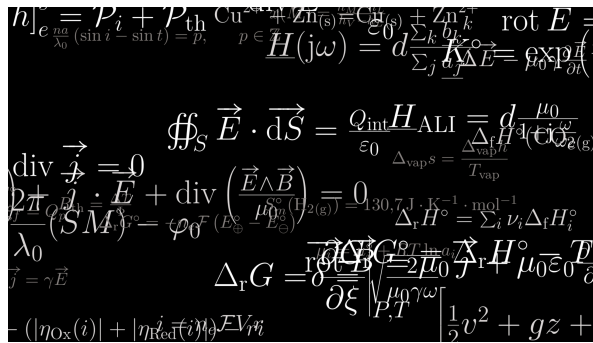
où $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ est la permittivité diélectrique du vide.

Loi de Maxwell - Ampère

La loi de MAXWELL-AMPÈRE relie le champ \vec{B} à la densité volumique de courant qui lui a donné naissance selon :

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (13.7)$$

où $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ est la perméabilité magnétique du vide.



LOIS DE MAXWELL : RELATIONS DE STRUCTURE

Loi de Maxwell-Faraday

La loi de MAXWELL-FARADAY décrit la structure du champ \vec{E} selon :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (13.8)$$

Loi de Maxwell-Thomson

La loi de MAXWELL-THOMSON (Maxwell-Flux) décrit la structure du champ \vec{B} selon :

$$\text{div}(\vec{B}) = 0 \quad (13.9)$$

$$\begin{array}{l} n]e=\frac{P_i}{\lambda_0}+\frac{P_{th}}{(\sin i-\sin t)=p},\quad \text{Cu}^{+2}+\text{Zn(s)}\rightleftharpoons\text{Cu(s)}+\text{Zn}^{+2},\quad \text{rot } E=\\ p\in\overline{H(j\omega)}=d\frac{\sum_kK_k}{\sum_j\frac{1}{j}}=\exp\left(\frac{1}{\rho_0}\right)\frac{1}{\rho_0}\\ \oint_S\vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}\frac{H_{\text{ALI}}}{\Delta_{\text{vap}}s}=\frac{d}{\Delta_{\text{vap}}H}\frac{\mu_0}{(\text{erg})}\\ \text{div}\frac{\vec{x}}{x}=0\\ 2\pi\frac{\vec{A}\cdot\vec{E}}{(SM)^2}+\text{div}\left(\frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0^{\text{SS}}(H_2(g))}\right)=0\\ \frac{1}{T}=\varphi_0\frac{1}{(SM)^2}=\varphi_0^T\frac{1}{(E_{\oplus}^{\text{SS}}-E_{\oplus}^{\text{SS}})(H_2(g))}=130,71\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}\\ \frac{\lambda_0}{j}=\gamma\vec{E}\\ \Delta_rG=0\frac{\text{J}}{\text{mol}}=2\mu_0\frac{\vec{X}\cdot\vec{H}^\circ}{\partial\vec{S}}\frac{\text{J}}{\text{mol}}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial}\\ -(n_{\text{Ox}}(i)+|n_{\text{red}}(i)|)\gamma_{EV}r_i\\ \frac{1}{2}v^2+gz+$$

Forme locale	Forme intégrale
$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0$	$\frac{dQ_{\text{tot}}}{dt} + \oint_{S(V)} \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$
$\operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$\oint_{S(V)} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$
$\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{int}} + \mu_0 I_{\text{depl}}$
$\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$e = -\frac{d\Phi}{dt}$
$\operatorname{div}(\vec{B}) = 0$	$\oint_{S(V)} \operatorname{div} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

EXERCICE D'APPLICATION 3

Un conducteur cylindrique, vide de charges, d'axe Oz , de rayon R et de longueur est placé dans un champ magnétique variable $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$. Pour des raisons de symétries, le champ électrique ne peut dépendre que de la variable r . On peut donc écrire

$$\vec{E}(M) = E_r(r)\vec{e}_r + E_\theta(r)\vec{e}_\theta + E_z(r)\vec{e}_z$$

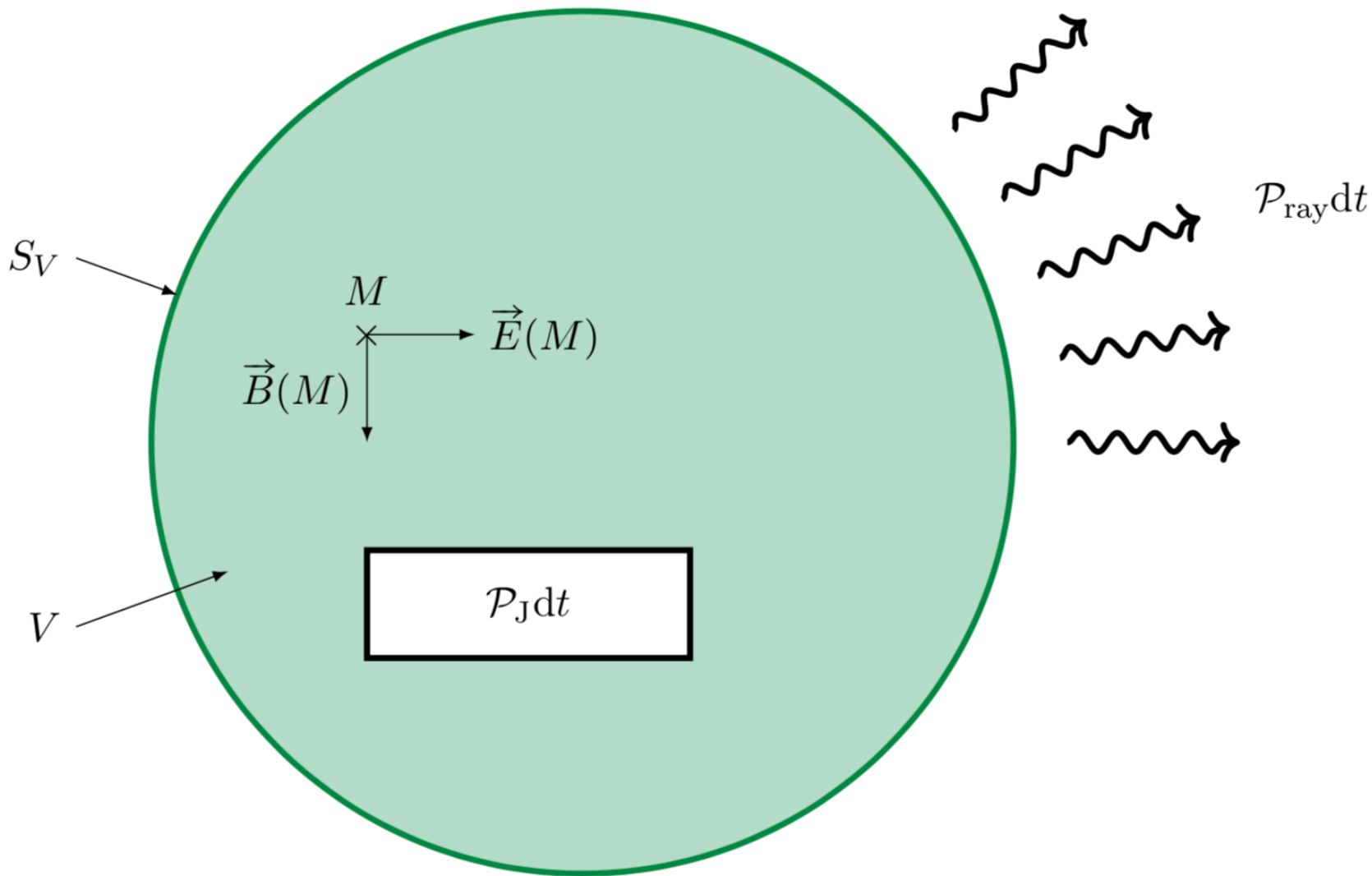
1. Le champ \vec{B} donné vérifie-t-il la relation de MAXWELL-THOMSON ?
2. Écrire la relation de MAXWELL-GAUSS. Que peut-on en déduire concernant le champ \vec{E} ?
3. Écrire la relation de MAXWELL-FARADAY, en déduire l'expression du champ \vec{E}
4. Exprimer alors le courant de conduction \vec{j} et de déplacement \vec{j}_D .
5. À partir de quelle valeur de ω le courant j_D est-il prédominant sur j ?

Données :

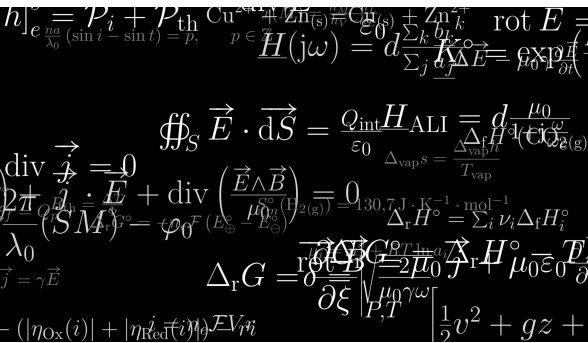
En coordonnées cylindriques :

- Divergence : $\text{div } \vec{A}(r, \theta, z) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(A_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(A_z)$.
- Rotationnel : $\text{rot } \vec{A}(r, \theta, z) = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{u}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial r A_\theta}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{u}_z$.

BILAN ÉNERGÉTIQUE



Ensemble mésoscopique contenant un conducteur électrique et de la matière isolante, traversée par un champ électromagnétique

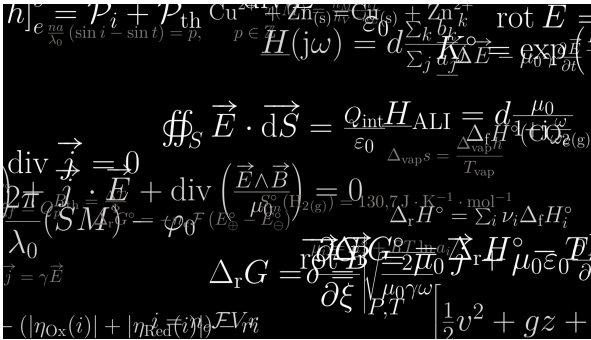


DENSITÉ VOLUMIQUE D'ÉNERGIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Densité volumique d'énergie électromagnétique

On appelle *densité volumique d'énergie électromagnétique*, la grandeurs scalaire notée w_{em} , exprimée en $\text{J} \cdot \text{m}^{-3}$, qui vérifie :

$$w_{\text{em}} = \frac{\delta W_{\text{em}}}{\delta V} = \underbrace{\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2}_{\text{densité vol. d'énergie électrique}} + \underbrace{\frac{1}{2\mu_0} B^2}_{\text{densité vol. d'énergie magétique}} \tag{13.14}$$



DENSITÉ VOLUMIQUE DE PUISSANCE JOULE

Densité volumique de puissance Joule

On appelle *puissance JOULE volumique*, ou densité volumique de puissance JOULE, la grandeur scalaire notée p_v , cédée par le champ électromagnétique au profit du milieu extérieur conducteur, exprimée en $\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$ qui vérifie :

$$p_v = \frac{\delta \mathcal{P}_{\text{JOULE}}}{\delta V} = \vec{j} \cdot \vec{E} \tag{13.16}$$

$$h\nu = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{th} \quad \text{Cu}^{2+} + \text{Zn}^{2+} \rightleftharpoons \text{Cu}^{+} + \text{Zn}^{+} \quad \text{rot } E = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times B$$

$$e^{\frac{na}{\lambda_0} (\sin i - \sin t)} = p, \quad p \in \mathbb{R} \quad H(j\omega) = d \frac{\sum_k b_k z^{-k}}{\sum_j a_j z^{-j}} = \exp\left(\sum_k \frac{b_k}{a_k} z^{-k}\right)$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \quad \Delta_{vap} S = \frac{\Delta_{vap} H}{T_{vap}} \quad \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{r^3} \right)$$

$$\text{div } \vec{A} = 0 \quad 2\pi \frac{q}{L} \cdot \vec{E} + \text{div} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0 \quad 130,71 \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1} \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ$$

$$\frac{\lambda_0}{j} = \gamma \vec{E} \quad \Delta_r G = 0 \quad \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \xi} = \frac{\mu_0 \gamma \omega}{2} \left[\frac{1}{2} v^2 + gz + \right.$$

$$+ (|\eta_{Ox}(i)| + |\eta_{Red}(i)|) \mathcal{F} V_i$$

VECTEUR DE POYNTING & DENSITÉ VOLUMIQUE DE PUISSANCE RAYONNÉE

Vecteur de Poynting

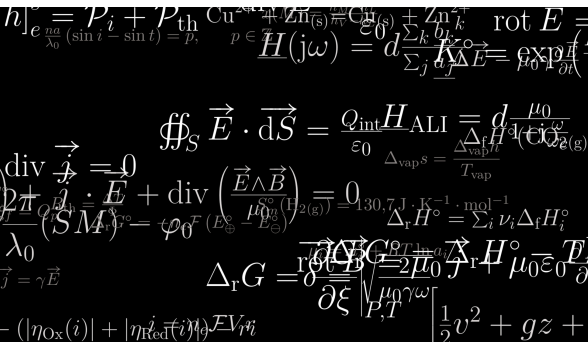
On appelle *vecteur de POYNTING*, la grandeur vectorielle notée $\vec{\Pi}(M)$, exprimée en $W \cdot m^{-2}$ et qui vérifie :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \tag{13.17}$$

Densité volumique de puissance rayonnée

On appelle *puissance rayonnée volumique*, ou densité volumique de puissance rayonnée, la grandeur scalaire notée p_{ray} , cédée par le champ électromagnétique au profit du milieu extérieur conducteur, exprimée en $W \cdot m^{-3}$ qui vérifie :

$$p_{ray} = \frac{\delta \mathcal{P}_{ray}}{\delta V} = \text{div } \vec{\Pi} \tag{13.19}$$



THÉORÈME DE POYNTING

Théorème de Poynting

L'énergie électromagnétique d'un volume fini de l'espace V , délimité par la surface fermée S_V , se conserve selon l'équation dite *théorème de Poynting* :

$$\frac{dW_{\text{em}}}{dt} = - \underbrace{\iiint_V (\vec{j} \cdot \vec{E}) dV}_{\text{Perte de puissance Joule}} - \underbrace{\oint_{S_V} \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} d\vec{S}}_{\text{Perte de puissance par rayonnement}} \tag{13.21}$$

Ce théorème a également une expression locale :

$$\frac{\partial w_{\text{em}}}{\partial t} = - \vec{j} \cdot \vec{E} - \text{div} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) \tag{13.22}$$