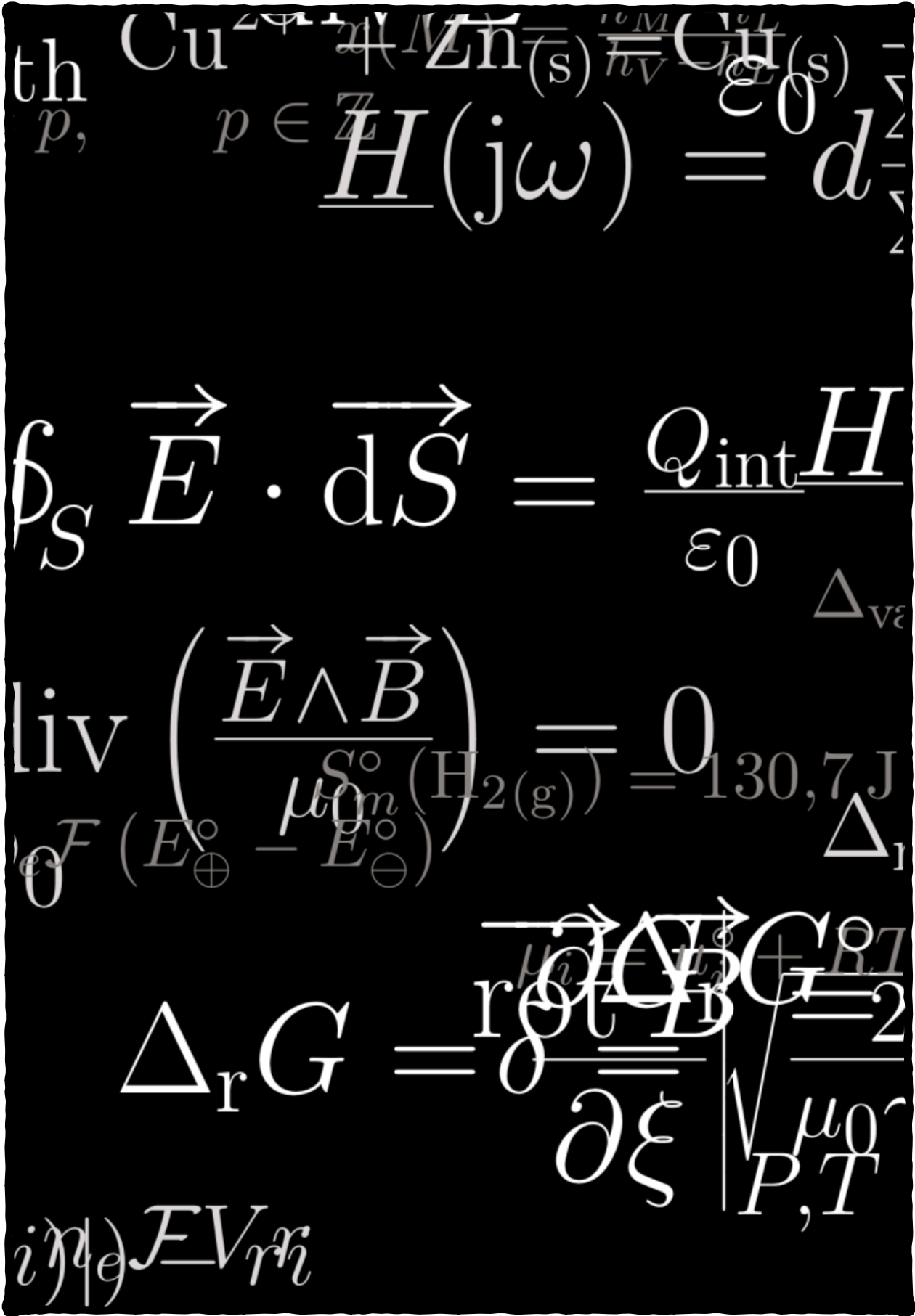


PT PHYSIQUE

EMAG 4

**Approximation des
régimes quasi-
stationnaires (ARQS)**



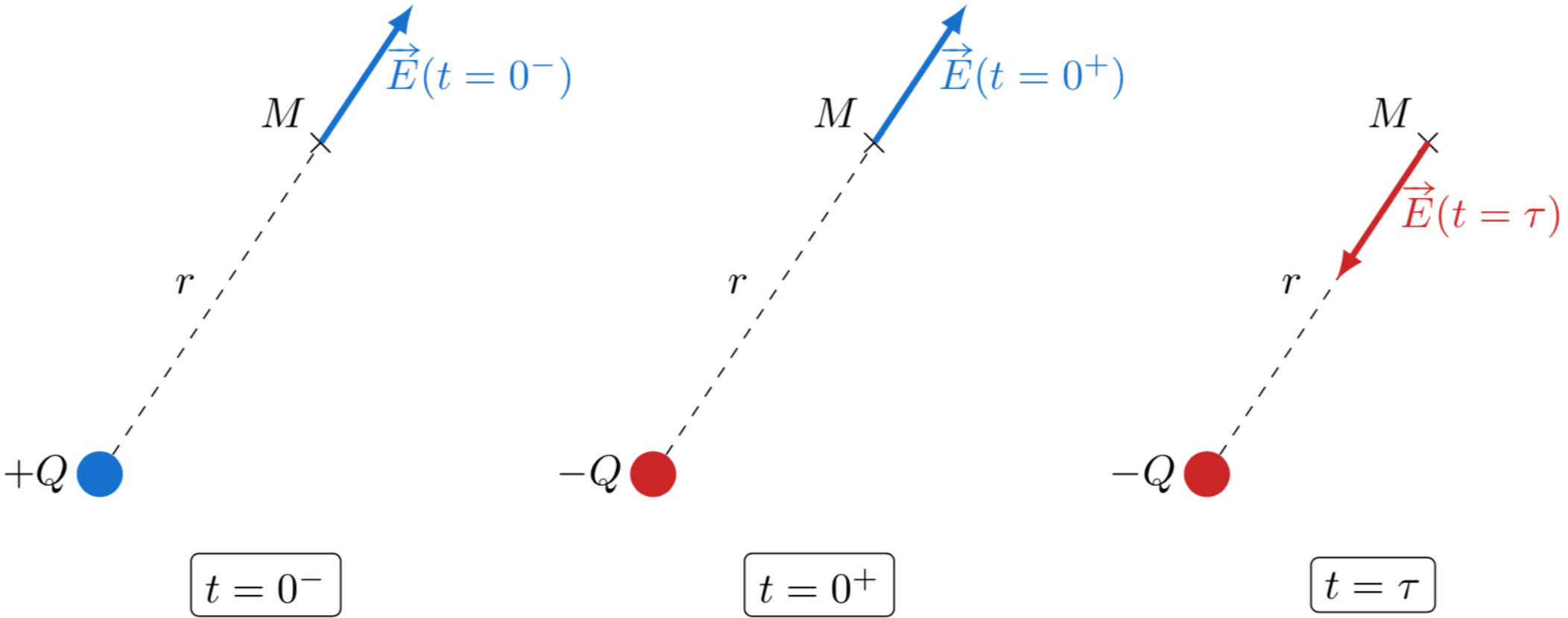


OBJECTIFS DU CHAPITRE

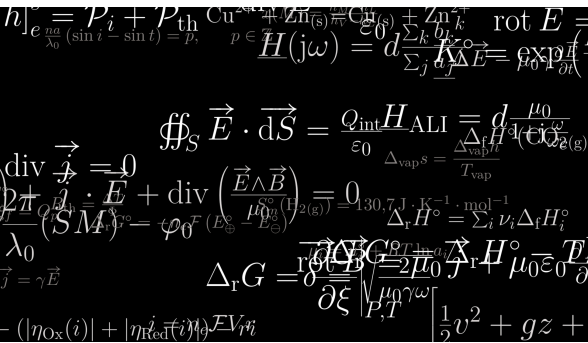
- À la fin de ce chapitre, vous devez être capable de :
 - Établir les conditions qui permettent de se placer dans le cadre de *l'approximation du régime quasi-stationnaire* ;
 - Reprendre l'étude des dipôles classiques de l'électrocinétique du point de vue des champs électromagnétiques en ARQS.

$$\begin{aligned}
 n]_e^{\frac{na}{\lambda_0}}(\sin i - \sin t) &= p, & \text{Cu}^{+0.44} + \text{Zn}^{+0.33} &= \text{Cu}^{+0.33} + \text{Zn}^{+0.44} \\
 H(j\omega) &= d \frac{\sum_k b_k}{\sum_j a_j} E = \exp\left(\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial t} \right) E \\
 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad H_{\text{ALI}} = d \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\epsilon_0} \right) \\
 \text{div } \vec{A} &= 0 & 2\pi \frac{d}{dt} \int_V \vec{E} \cdot d\vec{V} + \text{div} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) &= 0 \\
 \frac{1}{T} \left(\frac{SM}{\lambda_0} \right)^{1/2} &= \frac{1}{\varphi_0} \sqrt{\frac{E_0}{\mu_0}} & \Delta_r H^\circ &= \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ \\
 \vec{r} &= \gamma \vec{E} & \Delta_r G &= \frac{1}{\partial \xi} \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma \omega}{P, T}} \left[\frac{1}{2} v^2 + gz + \right. \\
 &+ (|\eta_{\text{Ox}}(i)| + |\eta_{\text{Red}}(i)|) F V_i & &
 \end{aligned}$$

PROPAGATION & RETARD



Modification de la valeur d'une charge ponctuelle — retard à la modification du champ électrostatique à distance finie



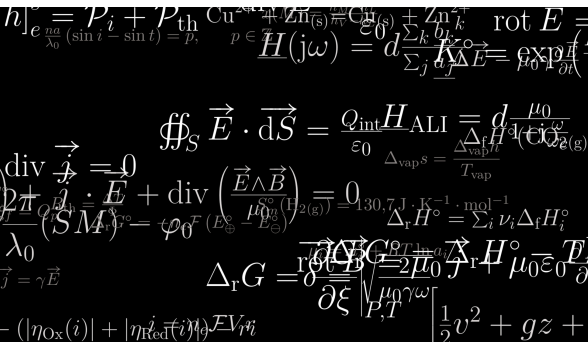
PROPAGATION & RETARD

Approximation des régimes quasi-stationnaires

On parle d'*approximation des régimes quasi-stationnaires* (ARQS) lorsque le temps caractéristique Δt de modification des sources ρ ou \vec{j} est grand devant le temps de propagation de l'onde électromagnétique τ :

$$\Delta t \gg \tau_p = \frac{L}{c_{\text{milieu}}}$$

où L est la distance qui sépare la source du point M étudié, et c_{milieu} est la célérité de l'onde électromagnétique dans le milieu.



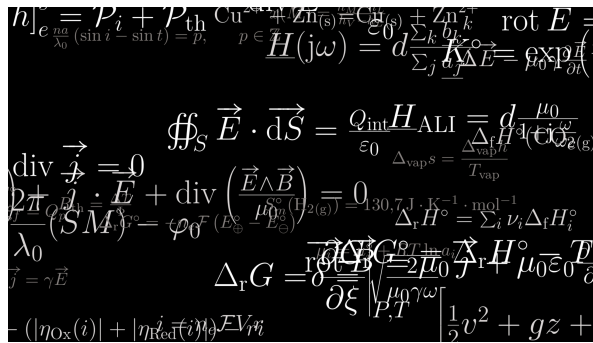
CONSÉQUENCE DE L'ARQS POUR UN BON CONDUCTEUR OHMIQUE

ARQS & conservation de la charge

Dans le cadre de l'ARQS, appliquée à un conducteur ohmique, pour des temps caractéristiques de phénomènes électromagnétiques T grands devant $\tau_d = \frac{\epsilon_0}{\gamma}$ et $\tau_p = \frac{L}{c_{\text{milieu}}}$, on a

$$\text{div } \vec{j} = 0$$

La loi des nœuds est applicable.



ARQS MAGNÉTIQUE VS ÉLECTRIQUE

ARQS à dominante magnétique

Dans le cadre de l'ARQS à dominante magnétique, les courants de déplacement $\vec{j}_D = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ sont négligeables devant \vec{j} et l'équation de MAXWELL-AMPÈRE devient :

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

ARQS à dominante électrique

Dans le cadre rare de l'ARQS à dominante électrique, le vecteur \vec{j} est négligeable devant le courant de déplacement $\vec{j}_D = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$. Les équations de MAXWELL-AMPÈRE et MAXWELL-FARADAY deviennent :

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{E} = \vec{0} \end{cases}$$

$$h]e_{\frac{na}{\lambda_0}}(\sin i - \sin t) = p, \quad p \in \frac{\pi}{2}, \quad \frac{H(j\omega)}{H(j\omega)} = d_{\frac{k}{\sum_j \frac{b_j}{\omega_j}}}, \quad \text{rot } E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{H_{\text{ALI}}}{\Delta_{\text{vap}} s} = \frac{d_{\frac{\mu_0}{\Delta_{\text{vap}}}}}{T_{\text{vap}}}$$

$$\text{div } \vec{A} = 0, \quad \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad \nabla \cdot (\vec{E} \wedge \vec{B}) = 0, \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_r H_i^\circ$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right), \quad \Delta_r G = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$+ (|\eta_{\text{Ox}}(i)| + |\eta_{\text{Red}}(i)|) \mathcal{F} V_i$$

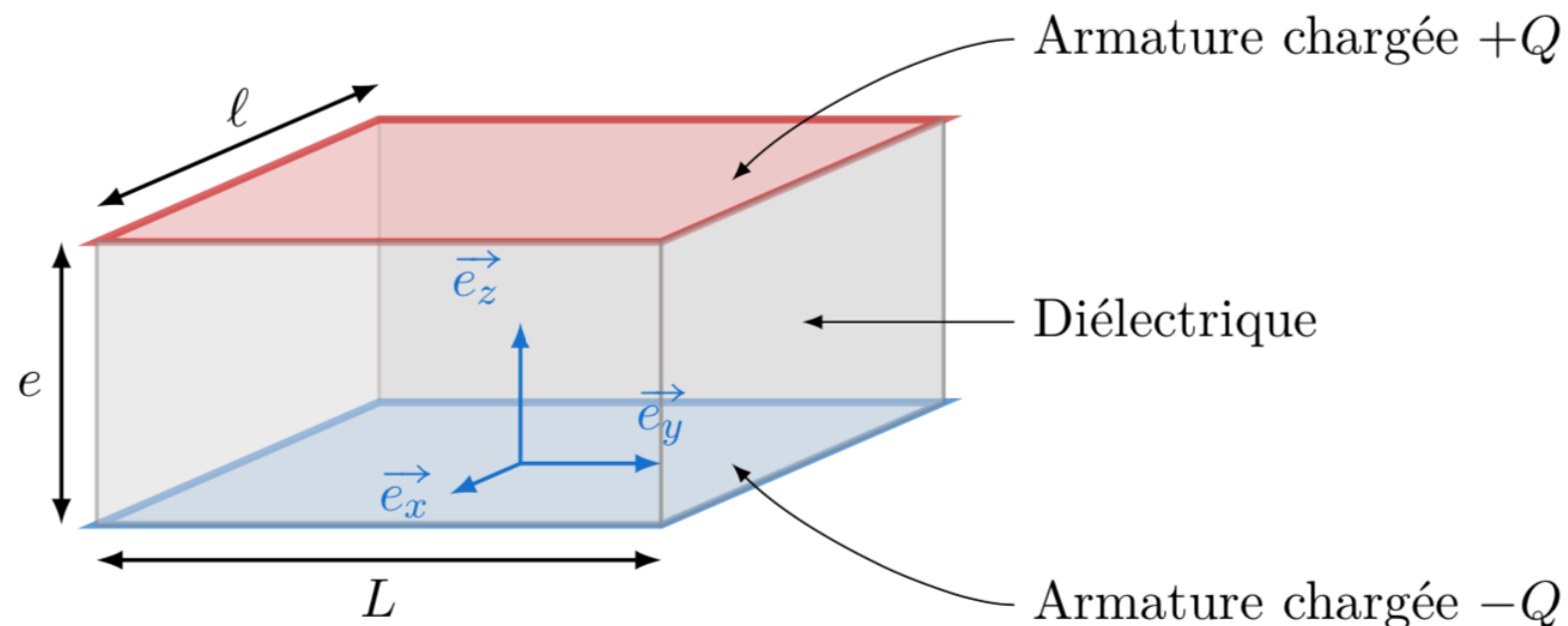
RETOUR SUR LE CONDENSATEUR

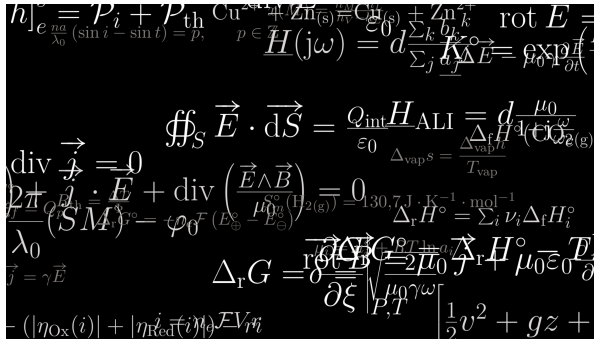
Condensateur électrostatique

On appelle *condensateur électrostatique* un composant électronique permettant d'emmagasiner une charge électrique sur deux armatures séparées par un isolant.

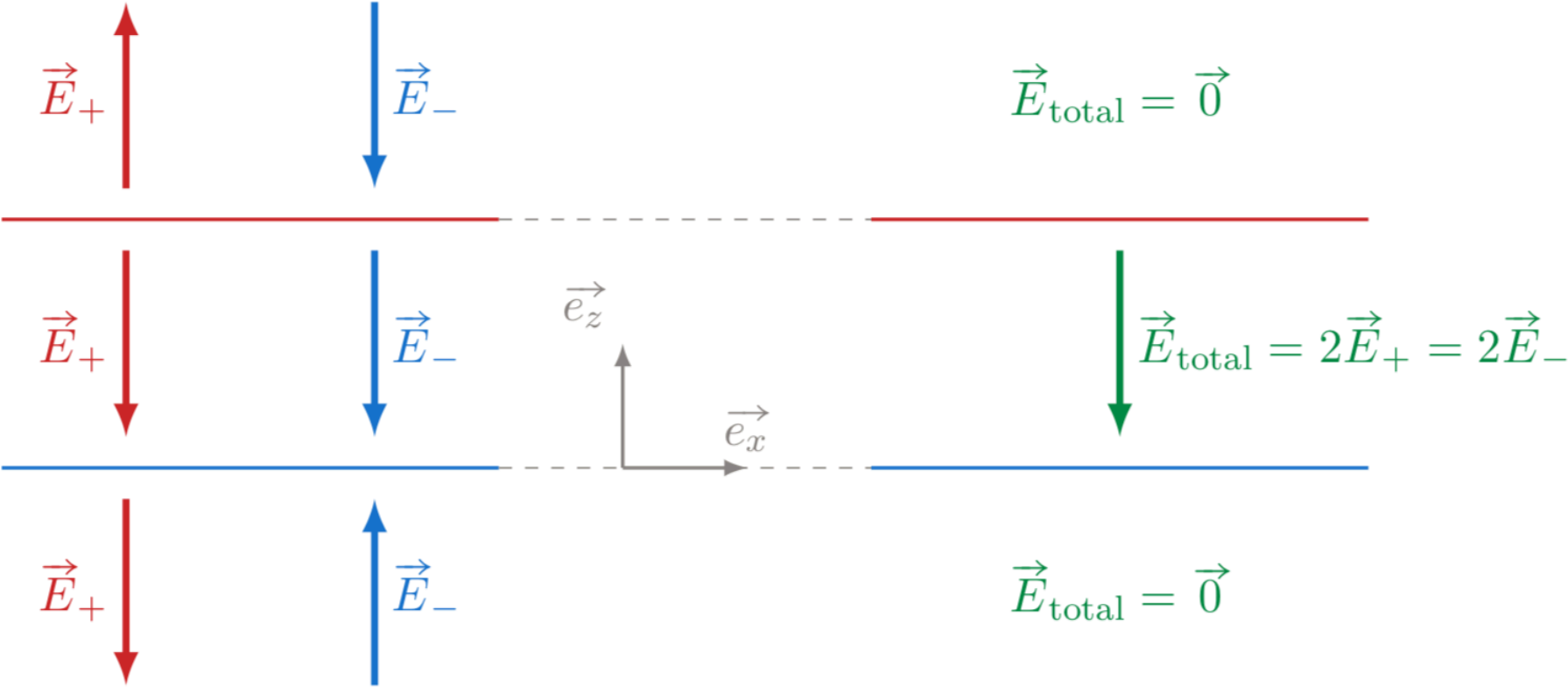
Condensateur plan

On appelle *condensateur plan*, un condensateur composé de deux plaques planes de dimension $\ell \times L$ séparées par un isolant, appelé diélectrique, d'épaisseur $e \ll \ell, L$.

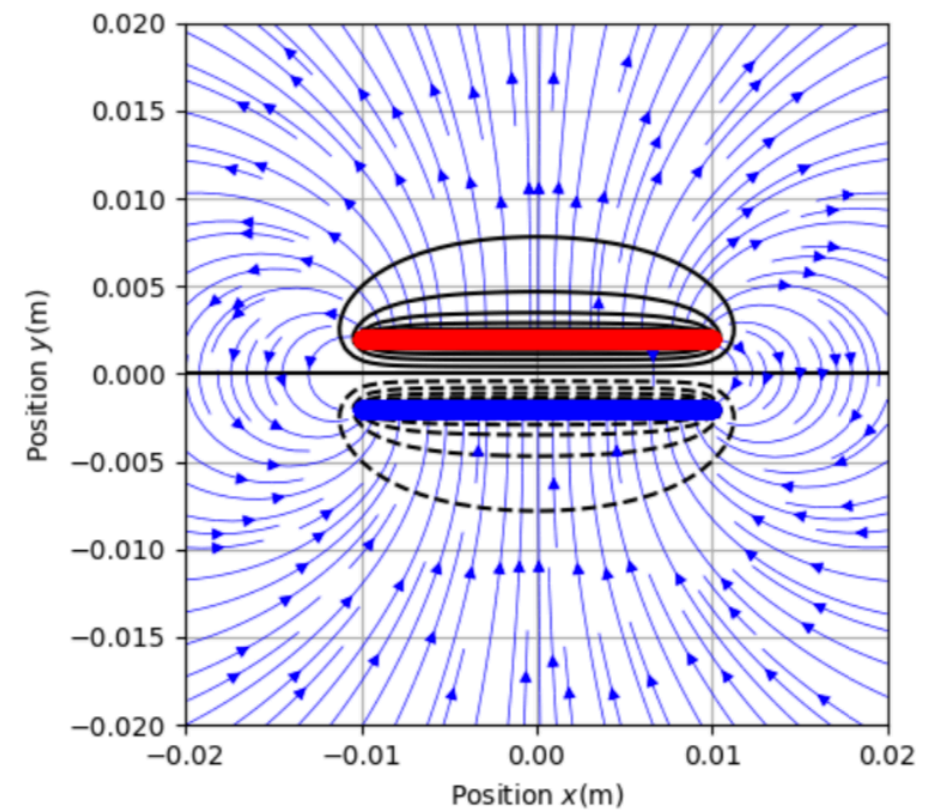
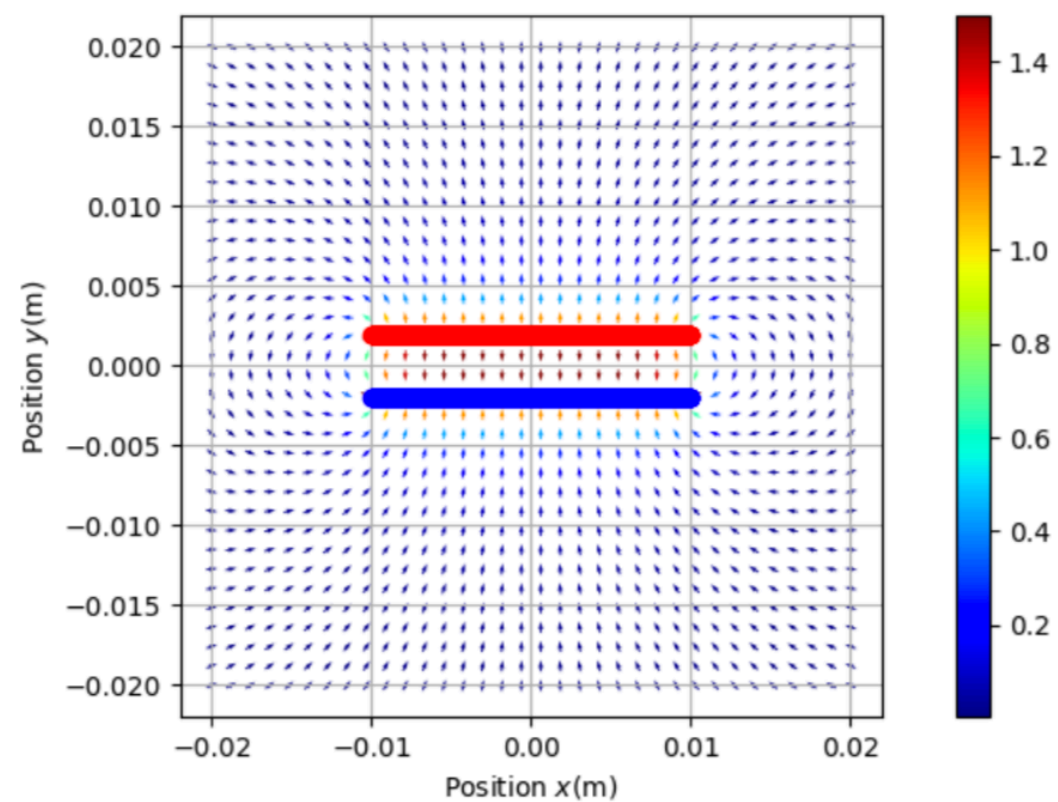




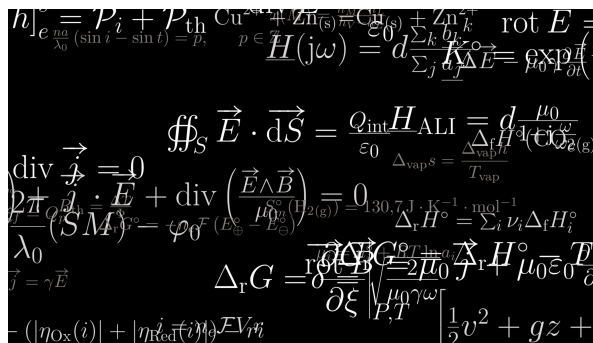
CONDENSATEUR PLAN INFINI : RÉGIME STATIONNNAIRE



CONDENSATEUR PLAN FINI : RÉGIME STATIONNNAIRE



Gauche : vecteur champ électrique — Droite : ligne de champ et surface iso-potentiel



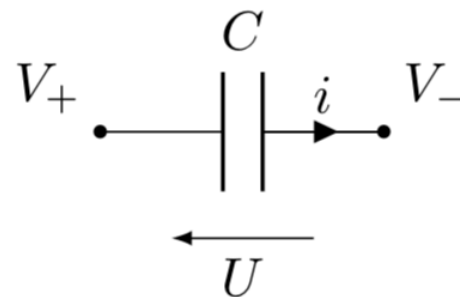
CONDENSATEUR PLAN : ARQS ÉLECTRIQUE

Capacité d'un condensateur

On appelle capacité d'un condensateur, la grandeur $C > 0$ qui s'exprime en F et vérifie, en convention récepteur :

$$C = \frac{Q}{U}$$

où Q est la charge stockée par l'armature positive et $U = V_+ - V_-$ est la différence de potentiel entre l'armature positive et l'armature négative.



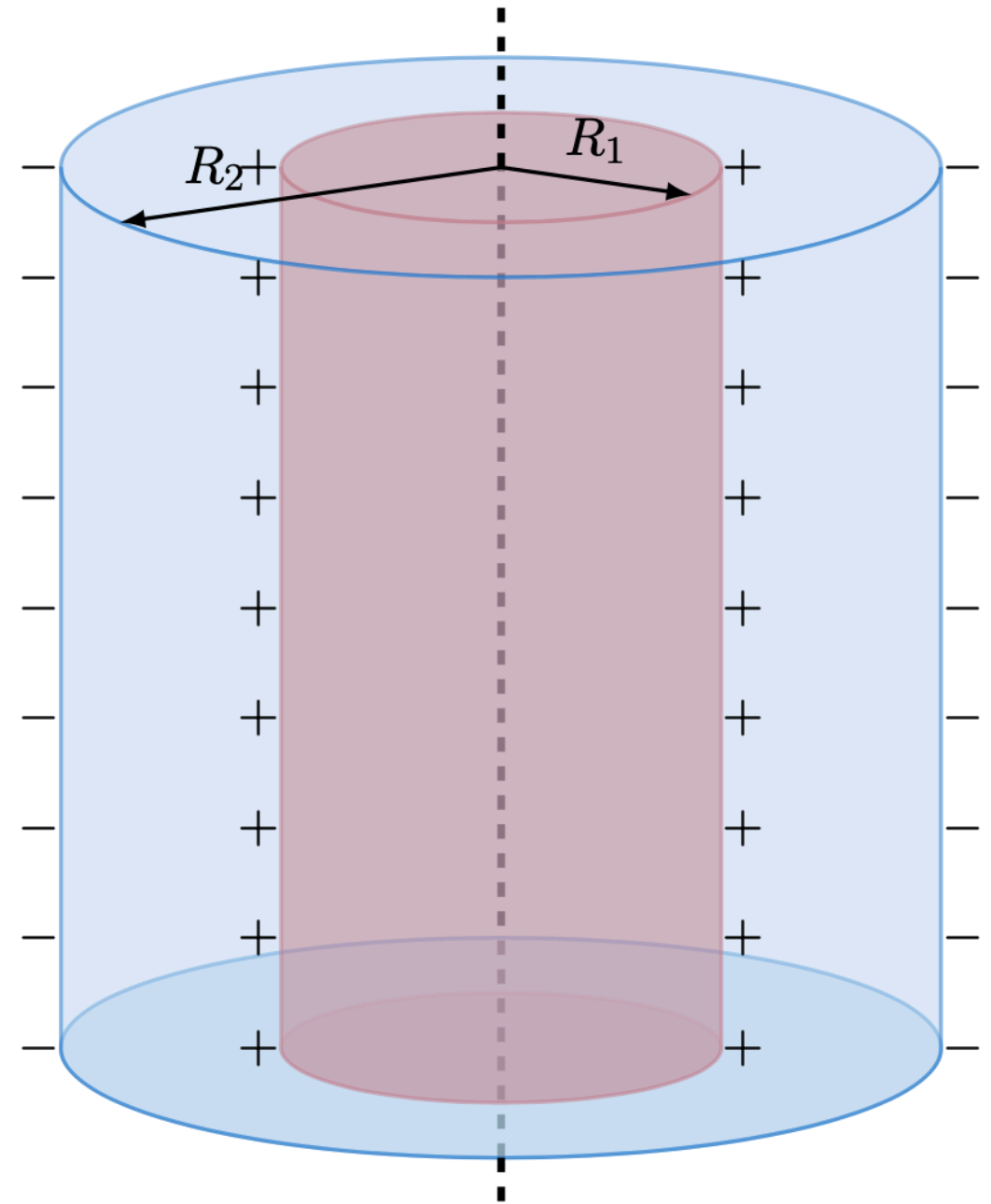
- Dans le cadre de l'ARQS électrique, la capacité d'un condensateur plan s'écrit :

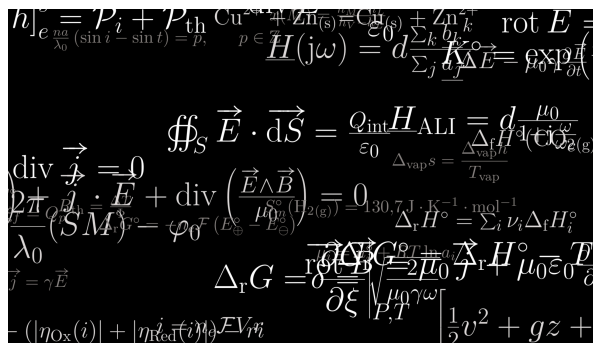
$$C = \frac{\epsilon_0 S}{e}$$

EXERCICE D'APPLICATION I

Soit un condensateur cylindrique de longueur L , à air dont la permittivité diélectrique est assimilable à celle du vide ϵ_0 , formé de deux armatures cylindriques coaxiales, de rayon R_1 et R_2 , avec $R_1 < R_2$. L'armature intérieure de rayon R_1 porte une charge totale $+Q$ uniformément répartie en surface. L'armature extérieure porte la charge totale $-Q$ uniformément répartie en surface.

1. Montrer que le champ électrostatique en tout point de l'espace se met sous la forme : $\vec{E} = E(r)\vec{u}_r$.
2. Déterminer l'expression du champ électrique \vec{E} en tout point de l'espace.
3. En déduire la différence de potentiel $V_1 - V_2$ entre les deux armatures en fonction de Q , R_1 , R_2 , L et ϵ_0 .
4. En déduire l'expression de la capacité de ce condensateur cylindrique en fonction de R_1 , R_2 , L et ϵ_0 .
5. Simplifier cette expression dans le cas où $R_2 - R_1 = e \simeq R_1$.





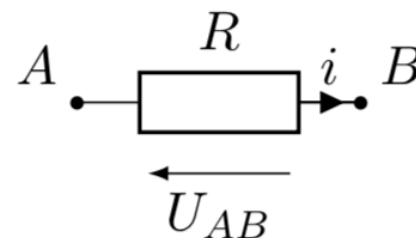
RÉSISTANCE OHMIQUE : ARQS

Résistance

On appelle résistance d'un résistor, la grandeur $R > 0$, exprimée en Ω , qui vérifie :

$$R = \frac{U_{AB}}{i} = \frac{\int_A^B -\vec{E} \cdot d\vec{\ell}}{\iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}}$$

où $U_{AB} = V_B - V_A$ est la différence de potentiel aux bornes du résistor et i le courant qui le travers.



- Dans le cadre de l'ARQS, la résistance d'un résistor ohmique cylindrique s'écrit :

$$R = \frac{L}{\sigma S}$$

Un four à induction fonctionne selon le même principe que les tables de cuisson à induction : un échantillon de métal à fondre est soumis à un champ magnétique rapidement variable, qui y crée des courants de FOUCAULT ; le chauffage puis la fusion du matériau se font par effet JOULE consécutivement à l'apparition de ces courants.

L'échantillon à fondre est un cylindre homogène d'axe Oz , de hauteur H et de rayon R . Il est constitué d'un métal de conductivité électrique γ . On admettra que les phénomènes d'induction font apparaître dans le cylindre un champ électrique

$$\vec{E} = \vec{E}(M, t) = \frac{B_0 \omega}{2} \sin(\omega t) r \vec{u}_\theta$$

On néglige le champ magnétique créé par les courants induits.

1. En déduire l'expression de la densité volumique $\vec{j}(M, t)$ des courants induits, dits de FOUCAULT, qui circulent dans le cylindre métallique.
2. En déduire l'expression de la puissance volumique locale $p_v(M, t)$ cédée par le champ électrique aux porteurs de charge.
3. Exprimer alors la puissance instantanée totale $\mathcal{P}(t)$ transférée au cylindre, ainsi que sa valeur moyenne.
4. Exprimer la puissance rayonnée par le champ électromagnétique sur la paroi du cylindre. Commenter le signe obtenu.
5. Le métal est initialement à la température T_0 , exprimer la durée de chauffage nécessaire pour procéder à sa fusion complète en fonction de T_{fus} la température de fusion, μ sa masse volumique et ℓ_{fus} son enthalpie massique de fusion. On supposera que la période des oscillations du champ magnétique est faible devant la durée du chauffage, tout en restant dans les limites de l'ARQS magnétique.

Données :

$$-\vec{\text{rot}} \vec{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{u}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial r A_\theta}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{u}_z$$

$$n]e^{\frac{na}{\lambda_0}(\sin i - \sin t)} = p, \quad p \in \frac{Cu^{2+} + Zn^{2+}}{H(j\omega)} = d_{\sum_j \frac{b_j}{\lambda_j}} \exp\left(\frac{\mu_0}{\Delta_{vap} T_{vap}}\right)$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{d}{dt} \frac{\mu_0}{\Delta_{vap} T_{vap}} \frac{1}{\Delta_{vap} T_{vap}}$$

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad \text{div } \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0 \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_r H_i^\circ$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} (SM) = \varphi_0 \frac{E_0}{\mu_0} \quad \Delta_r G = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\mu_0 \gamma \omega}{2} \right] \frac{1}{2} v^2 + gz +$$

$$-(|\eta_{Ox}(i)| + |\eta_{Red}(i)|) \mathcal{F} V_i$$

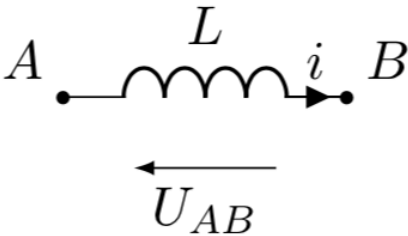
SOLÉNOÏDE : ARQS MAGNÉTIQUE

Inductance propre

On appelle inductance propre, la grandeur $L > 0$, exprimée en H, qui vérifie

$$L = \frac{\Phi}{i} = \frac{\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}}{i}$$

où \vec{B} est le champ magnétique généré par la bobine, i le courant qui parcourt la bobine et S la surface totale des spires traversée par \vec{B} .



- Dans le cadre de l'ARQS magnétique, l'auto-inductance d'un solénoïde s'écrit :

$$L = \mu_0 \frac{\pi N^2 R^2}{L}$$

EXERCICE D'APPLICATION 3

On considère un circuit électrique composé d'une seule maille rectangulaire, de côté $2a$ et $2b$, avec $b \ll a$, de sorte que l'on puisse modéliser ce circuit par deux fils « infinis », de rayon R parallèles parcourus par le courant $i(t)$.

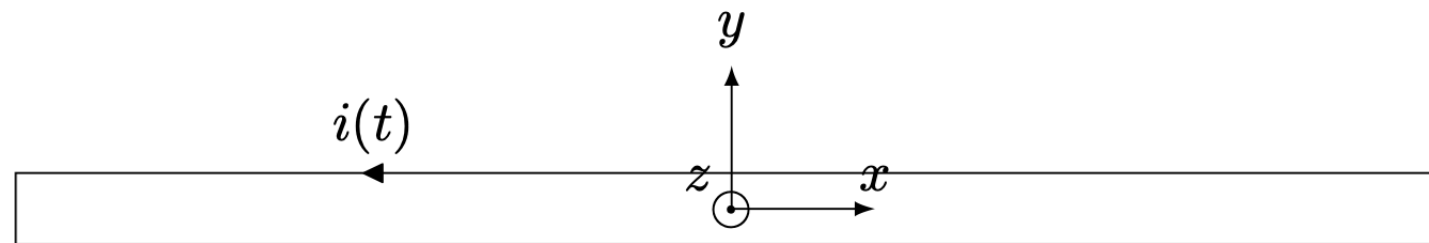


Fig. 16.1 – Circuit électrique

1. Retrouver l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M)$ généré par un fil de longueur infini et de rayon R , parcouru par un courant I constant, en tout point de l'espace. On ne négligera pas le rayon du fil.
2. On se place dans le cadre de l'ARQS magnétique, on place un repère cartésien dans le plan des deux fils, comme représenté en figure 16.1. En déduire l'expression du champ \vec{B} en tout point M tel que $z_M = 0$.
3. En déduire l'expression de l'auto-inductance du circuit électrique.