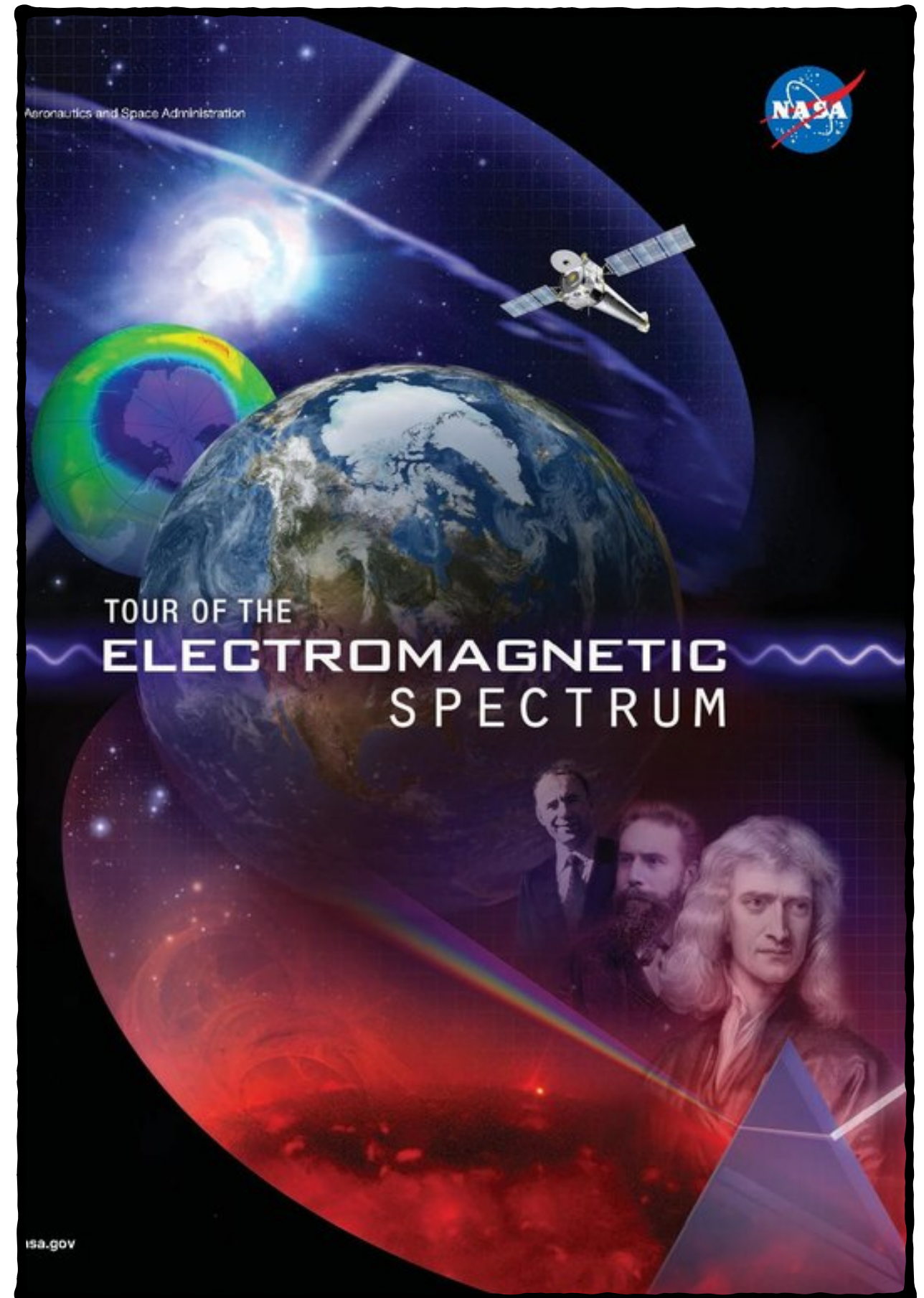


PT PHYSIQUE

EMAG 5

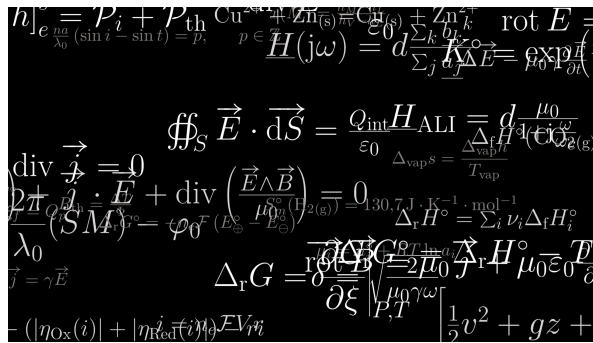
**Propagation d'ondes
électromagnétiques**



OBJECTIFS DU CHAPITRE

• À la fin de ce chapitre, vous devez être capable de :

- Établir l'équation de propagation d'une onde électromagnétique dans le vide ou dans un conducteur ohmique ;
- Reconnaître la direction de propagation et de polarisation d'une onde électromagnétique plane progressive donnée ;
- Établir et exploiter les relations de structure en notations complexes ;
- Retrouver l'expression de l'épaisseur de peau d'un conducteur ohmique en ARQS magnétique ;
- Décrire et utiliser le modèle du conducteur ohmique idéal pour étudier la réflexion d'une OPPS ;
- Établir l'expression d'une onde réfléchie par un conducteur ohmique idéal en exploitant les relations de passage données.

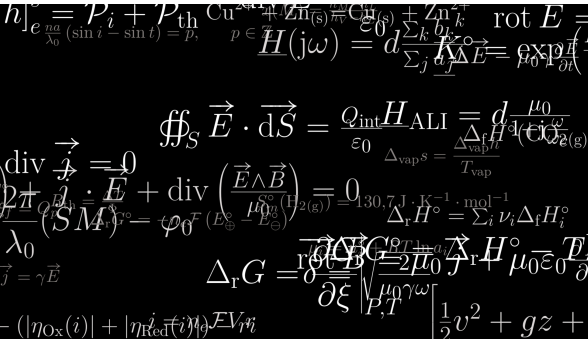


PROPAGATION D'UNE ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS LE VIDE

Équation de propagation d'une onde électromagnétique dans le vide

Les équations de propagation du champ électromagnétique dans le vide sont des équations de d'ALEMBERT qui s'écrivent :

$$\begin{cases} \Delta \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \\ \Delta \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0} \end{cases}$$



ÉQUATION DE D'ALEMBERT

Équation d'onde de d'Alembert

Une grandeur scalaire ou vectorielle $\vec{\phi}$ suit l'équation d'onde de d'ALEMBERT, si elle est solution de l'équation :

$$\Delta \vec{\phi} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{\phi}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

où c s'exprime en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, et est la célérité de l'onde étudiée.

Dans un espace à une dimension, cette équation devient :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$

ÉQUATION DE D'ALEMBERT

Propriétés des solutions d'une équation de d'Alembert

Les solutions d'une équation de d'ALEMBERT ont les propriétés suivantes :

- ϕ est la somme de deux ondes f et g de forme quelconque. Ces ondes sont dites *progressives* car elles ne dépendent que d'une grandeur couplant les variables spatiales et temporelles $\xi = x \pm ct$;
- Ces deux ondes se propagent à la même célérité c et en sens opposés ;
- Ces ondes gardent leur forme initiale et se propagent à l'identique dans leur direction de propagation.

$$h]_{e\frac{na}{\lambda_0}(\sin i-\sin t)=p,}^{\mathcal{P}_i+\mathcal{P}_{th}}\frac{\text{Cu}^{+0.4}+\text{Zn}^{+0.3}}{p\in\mathbb{R}}\frac{\text{Cu}^{+0.4}+\text{Zn}^{+0.3}}{H(j\omega)}\frac{\text{Cu}^{+0.4}+\text{Zn}^{+0.3}}{\varepsilon_0}\frac{\text{Cu}^{+0.4}+\text{Zn}^{+0.3}}{d\frac{\sum_k b_k}{\sum_j \frac{b_j}{\mu_j}}}\frac{\text{Cu}^{+0.4}+\text{Zn}^{+0.3}}{K\Delta E} \text{rot } E =$$

$$\text{div } \vec{\mathcal{A}} = 0 \quad \oiint_S \vec{E} \cdot \text{d}\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \quad H_{\text{ALI}} = \frac{d\frac{\mu_0}{\Delta_{\text{vap}}}}{\Delta_{\text{vap}}^2} \quad \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}}$$

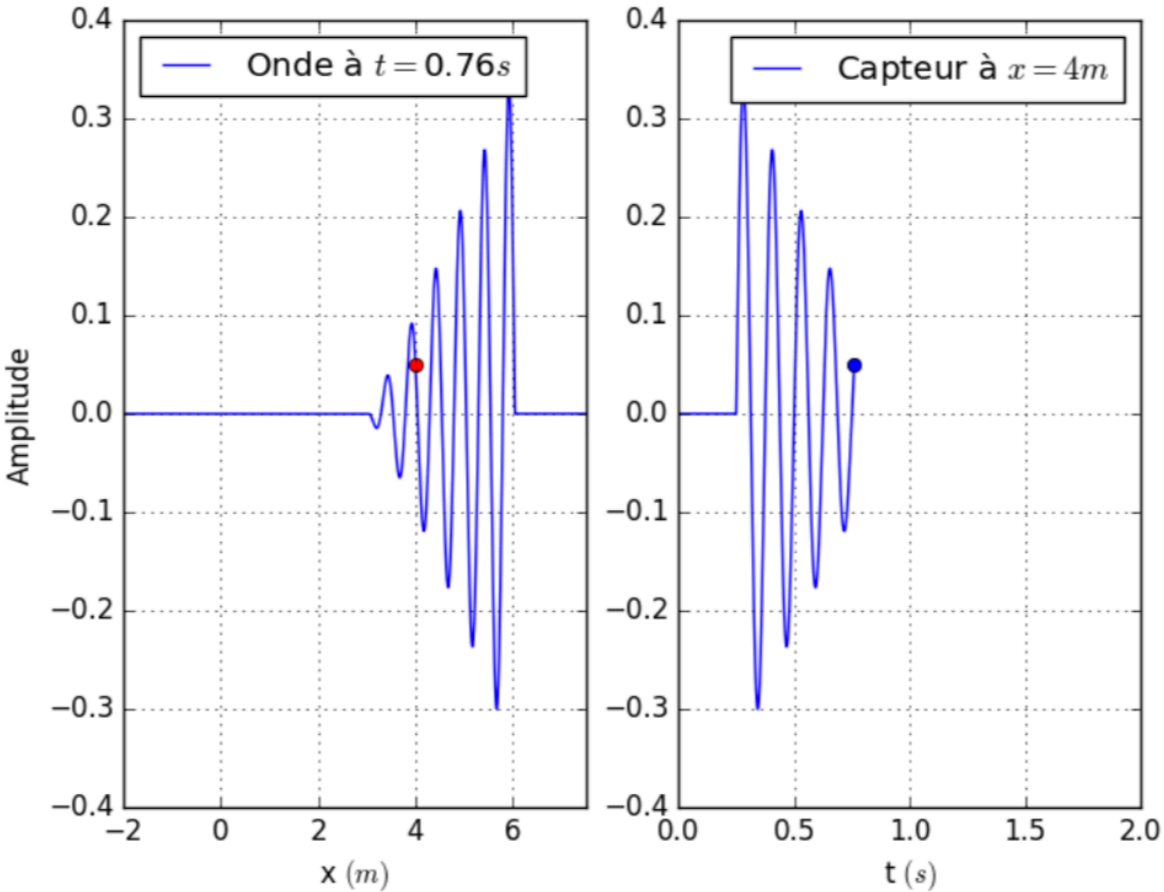
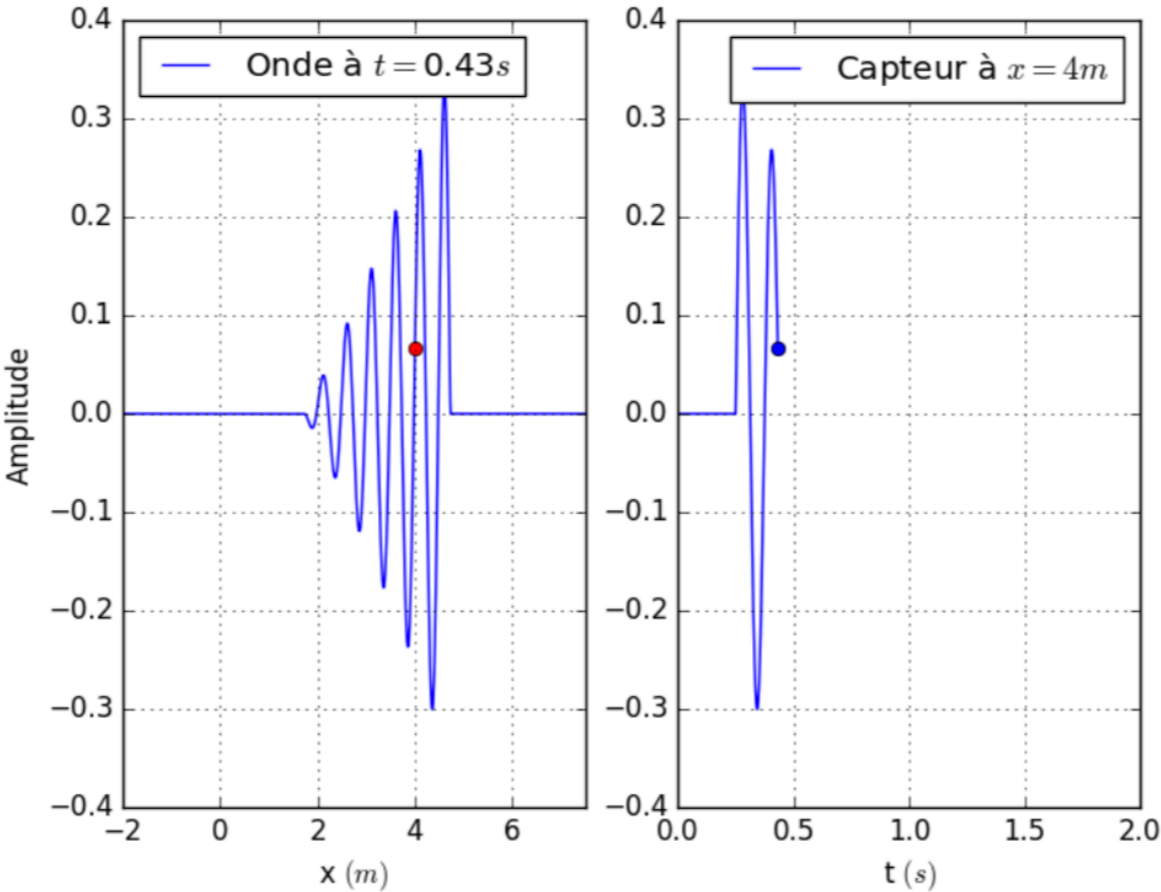
$$2\pi\frac{\mu_0}{\hbar}\vec{E} + \text{div}\left(\frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0^{\text{sc}}(H_{(g)})}\right) = 0 \quad 130.7\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1} \quad \Delta_{\text{r}}H^{\circ} = \sum_i \nu_i \Delta_{\text{f}}H_i^{\circ}$$

$$\frac{\lambda_0}{\hbar} (SM) = \varphi_0^{\mathcal{F}(E_{\oplus}^{\text{sc}}, \mu_{\oplus}^{\text{sc}})} \quad \frac{\mu_0^{\text{sc}}(H_{(g)})}{\Delta_{\text{r}}H^{\circ}} = \sum_i \nu_i \Delta_{\text{f}}H_i^{\circ}$$

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \quad \Delta_{\text{r}}G = \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \xi} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega} \quad \frac{\mu_0^{\text{sc}}(H_{(g)})}{\Delta_{\text{r}}H^{\circ}} = \sum_i \nu_i \Delta_{\text{f}}H_i^{\circ}$$

$$+ (|\eta_{\text{Ox}}(i)| + |\eta_{\text{Red}}(i)|) \mathcal{F}V_i \quad \frac{\mu_0^{\text{sc}}(H_{(g)})}{\Delta_{\text{r}}H^{\circ}} = \sum_i \nu_i \Delta_{\text{f}}H_i^{\circ}$$

ÉQUATION DE D'ALEMBERT



SOLUTION(S) POSSIBLE(S)

Onde progressive

Une onde est dite progressive, si elle dépend uniquement d'une variable $\xi = x \pm ct$ et se propage dans une direction dite de propagation, généralement notée avec le vecteur unitaire \vec{u} .

Onde plane

Une onde est plane lorsque tous les fronts d'onde, c'est à dire les surface de même amplitude, sont des plans (infinis) perpendiculaires à la direction de propagation.

Ainsi tout plan tracé à $u = \text{cste}$ est une isosurface d'onde.

Onde plane progressive monochromatique

Une onde plane progressive est dite monochromatique (ou sinusoïdale, ou harmonique), si elle peut être décrite par une seule fréquence f (ou pulsation ω). Une OPPS scalaire s'écrit dans le cas général :

$$\phi(\vec{r}, t) = \phi_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) = \phi_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad (17.3)$$

- \vec{k} est appelé vecteur d'onde et donne la direction de la propagation de l'OPPS ;
- Sa dimension est $[\vec{k}] = L^{-1}$ et son unité SI est le $\text{rad} \cdot \text{m}^{-1}$;
- La grandeur ω est la pulsation de dimension $[\omega] = T^{-1}$ et d'unité SI $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$,
- $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ est le vecteur position du point M où est observée l'onde. Il n'est pas nécessairement colinéaire à \vec{k} .

POLARISATION D'UNE ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE I

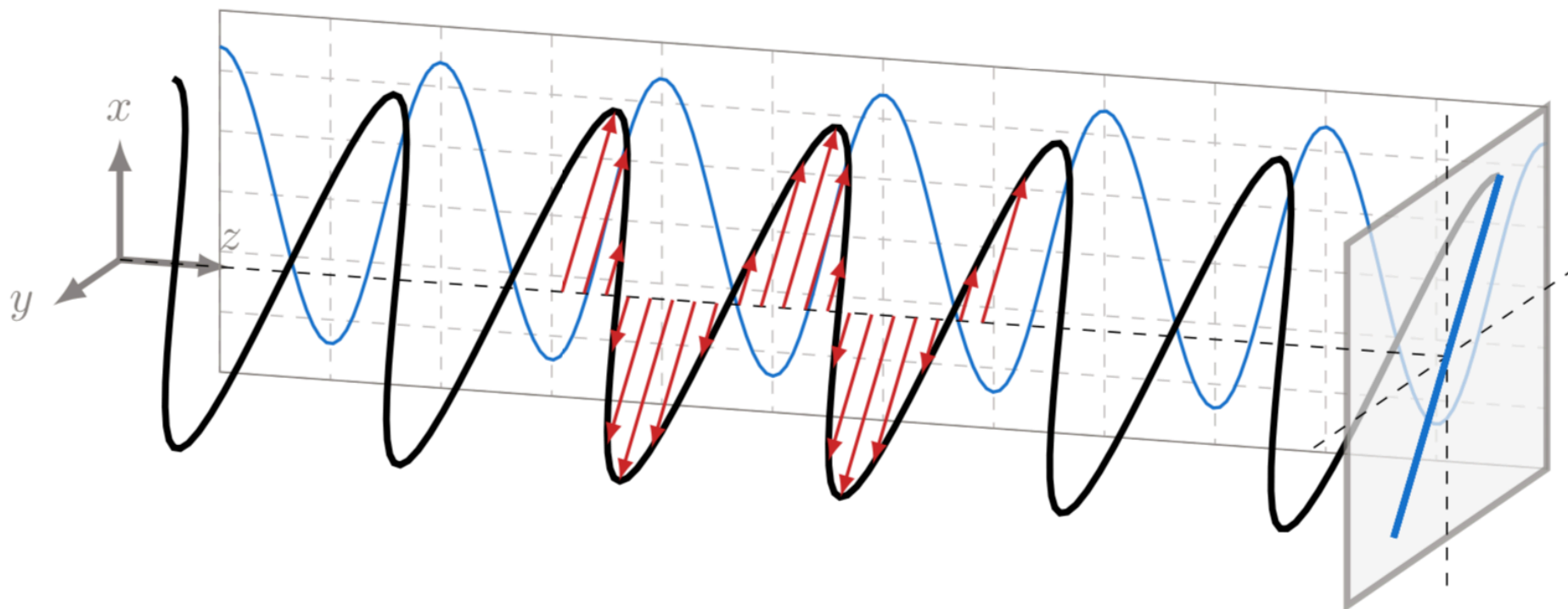
Polarisation rectiligne

Une polarisation est dite rectiligne si le vecteur amplitude de l'onde garde une direction unique tout au long de la propagation.

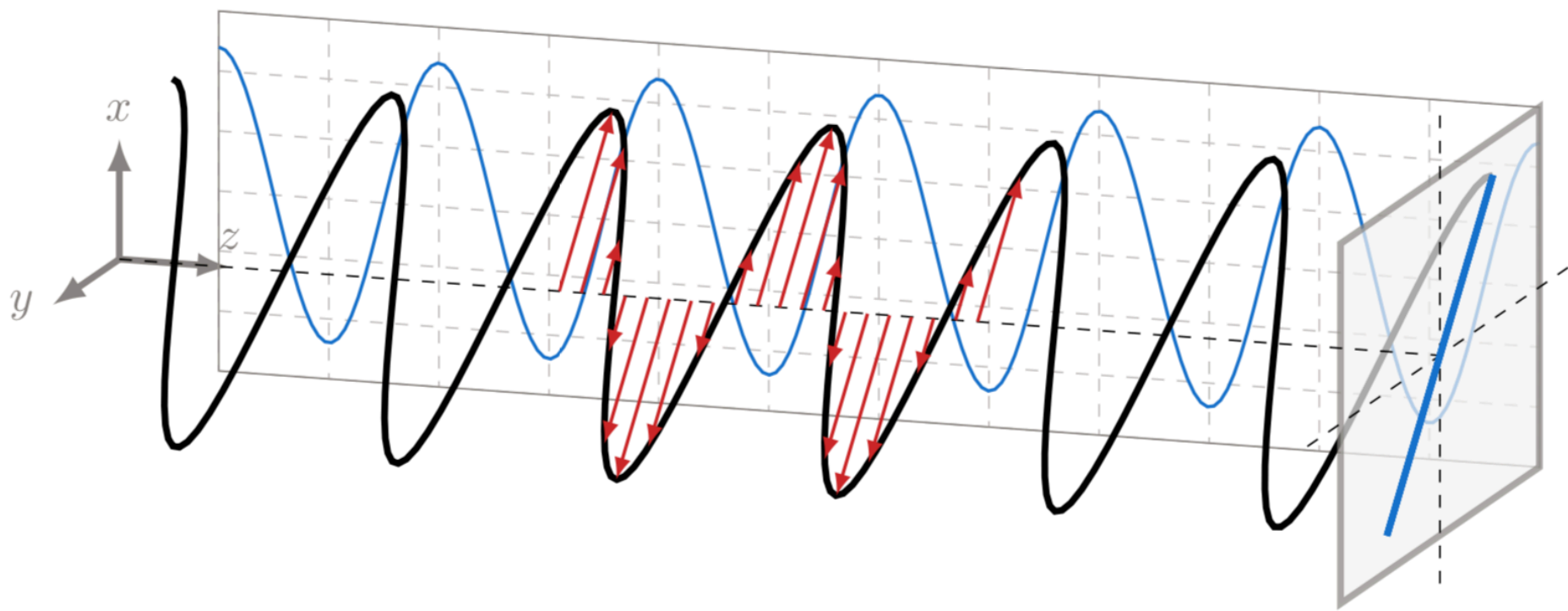
Notion de polarisation

On appelle polarisation d'une onde vectorielle l'orientation caractéristique du vecteur amplitude de l'onde. La polarisation donne l'orientation du plan de vibration d'une onde.

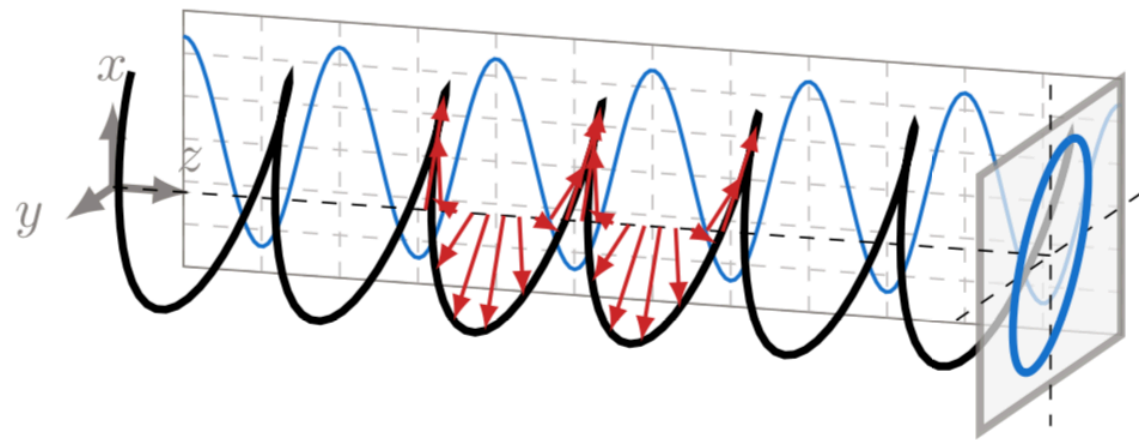
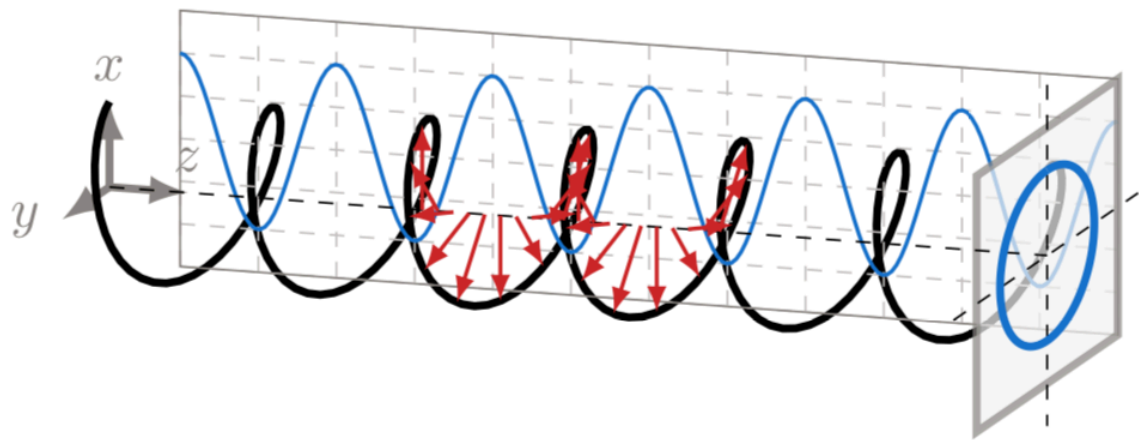
Par convention, la polarisation du champ électromagnétique est celle du champ électrique \vec{E} .



POLARISATION D'UNE ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE 2



Polarisation rectiligne — seul le champ électrique est représenté



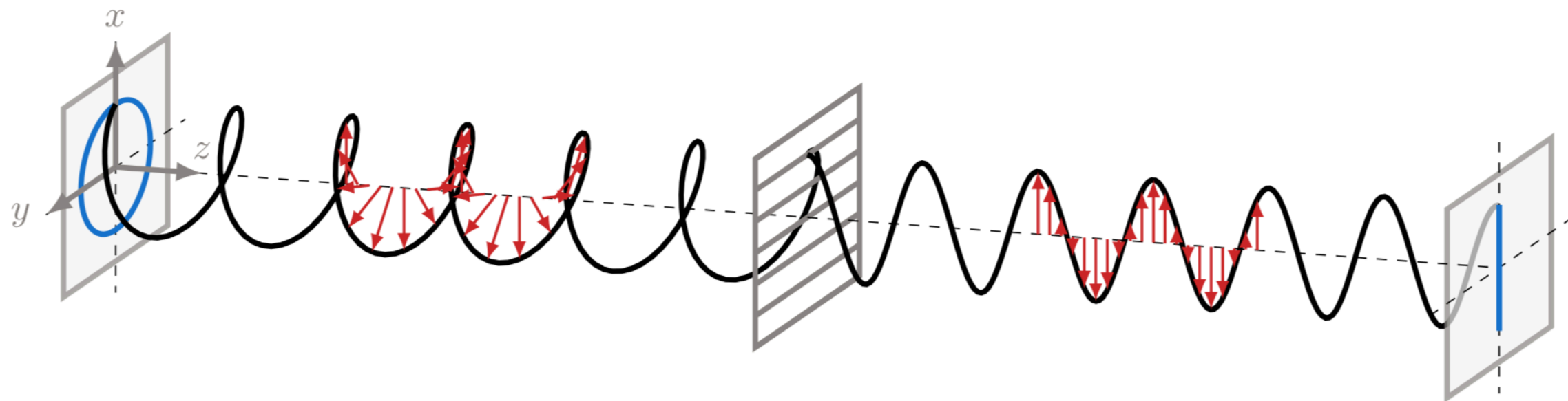
Polarisation circulaire (gauche) et elliptique (droite) — seul le champ électrique est représenté

$$n]_e^{\frac{na}{\lambda_0}(\sin i - \sin t) = p, \quad p \in \frac{\mathbb{Z}}{p}, \quad \text{Cu}^{2+} + \text{Zn}^{2+} \rightleftharpoons \text{Cu}^{+} + \text{Zn}^{+}, \quad \text{rot } E = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial t}, \quad H(j\omega) = d \frac{\sum_k b_k}{\sum_j a_j} \exp(j\omega t), \quad \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}, \quad \Delta_{\text{vap}} s = \frac{\Delta_{\text{vap}} h}{T_{\text{vap}}}, \quad \text{div } \vec{A} = 0, \quad 2\pi \frac{\partial}{\partial t} \cdot \vec{E} + \text{div} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0, \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ, \quad \lambda_0 = \frac{c}{\nu}, \quad \vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad \Delta_r G = \frac{\partial G}{\partial \xi} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega}, \quad \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{\nabla}^2 \vec{E}, \quad (|\eta_{\text{Ox}}(i)| + |\eta_{\text{Red}}(i)|) \mathcal{E} V_i$$

POLARISEUR & ANALYSEUR

Polariseurs

Un polariseur est un instrument d'optique qui permet de sélectionner dans une onde électromagnétique incidente une direction de polarisation préférentielle. Elle donne une lumière polarisée rectilignement.



$$\begin{aligned}
 n]_e^{\frac{na}{\lambda_0}(\sin i - \sin t)} &= p_i + p_{th} \frac{Cu^{2+} + Zn^{2+}}{p} \frac{Zn(s)}{H(j\omega)} = d_{\sum_j \frac{b_j}{\omega_j}} \frac{\sum_k b_k}{\sum_j \frac{b_j}{\omega_j}} \exp\left(\frac{\sum_k b_k}{\sum_j \frac{b_j}{\omega_j}} \text{rot } E\right) \\
 \text{div } \vec{A} &= 0 \\
 2\pi \frac{\vec{A}}{\lambda_0} \cdot \vec{E} + \text{div} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0^2 (H_{(g)}^{\circ})^{2(g)}} \right) &= 0 \\
 \frac{\lambda_0}{j} = \gamma \vec{E} & \\
 \Delta_r G &= \frac{\partial \ln G}{\partial \xi} \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma \omega}{P, T}} \left| \frac{1}{2} v^2 + gz + \right.
 \end{aligned}$$

EXERCICE D'APPLICATION I

Pour chacune des formes mathématiques d'ondes proposées ci-dessous, préciser si elles sont planes, progressives (si oui, donner leur direction de propagation), sinusoïdales, ainsi que leur éventuelle polarisation.

- $\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - ky) \vec{u}_x.$
- $\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - k_1x + k_2y) \vec{u}_z.$
- $\vec{E}(M, t) = E_0 e^{-z/\delta} \cos(\omega t - z/\delta) \vec{u}_y.$

$$h]_e^{\frac{na}{\lambda_0}(\sin i - \sin t) = p, \quad p \in \frac{H(j\omega)}{d_{\sum_j \frac{b_j}{\lambda_j}}}, \quad \text{rot } E = \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \frac{dH}{dt}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{\Delta_{\text{vap}}}{T_{\text{vap}}}$$

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad \text{div } \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0 \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_r H_i^\circ$$

$$\frac{\lambda_0}{j} = \gamma \vec{E} \quad \Delta_r G = \frac{\partial}{\partial \xi} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega} \left| \frac{1}{2} v^2 + gz + \right.$$

$$+ (|\eta_{\text{Ox}}(i)| + |\eta_{\text{Red}}(i)|) F V_i$$

EQUATIONS DE MAXWELL & OPPS

Équations de Maxwell en notations complexes pour une OPPS

On note $\underline{\vec{E}} = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ et $\underline{\vec{B}} = \vec{B}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$, les composantes électriques et magnétiques d'une onde électromagnétique plane progressive et sinusoïdale.

Les équations de MAXWELL dans l'espace vide de sources peuvent alors se ré-écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \vec{k} \cdot \underline{\vec{E}} = 0 \\ \vec{k} \wedge \underline{\vec{B}} = -\omega \mu_0 \epsilon_0 \underline{\vec{E}} \\ \vec{k} \wedge \underline{\vec{E}} = \omega \underline{\vec{B}} \\ \vec{k} \cdot \underline{\vec{B}} = 0 \end{cases}$$

RELATION DE STRUCTURE & DE DISPERSION D'UNE OPPTS ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS LE VIDE

Relation de dispersion

On appelle relation de dispersion, une relation qui lie la pulsation ω et le vecteur d'onde \vec{k} d'une onde monochromatique.

Relations de structure & relation de dispersion

On en déduit les propriétés suivantes :

- L'équation de d'ALEMBERT se réduit à $k = \pm \frac{\omega}{c}$;
- les vecteurs \vec{k} , \vec{E} , et \vec{B} sont orthogonaux deux-à-deux et forment un trièdre direct ;
- Le champ magnétique se déduit de $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$ se qui implique que $E = cB$, et on pourra souvent négliger \vec{B} lors de l'étude de particules chargées soumise à une onde électromagnétique.

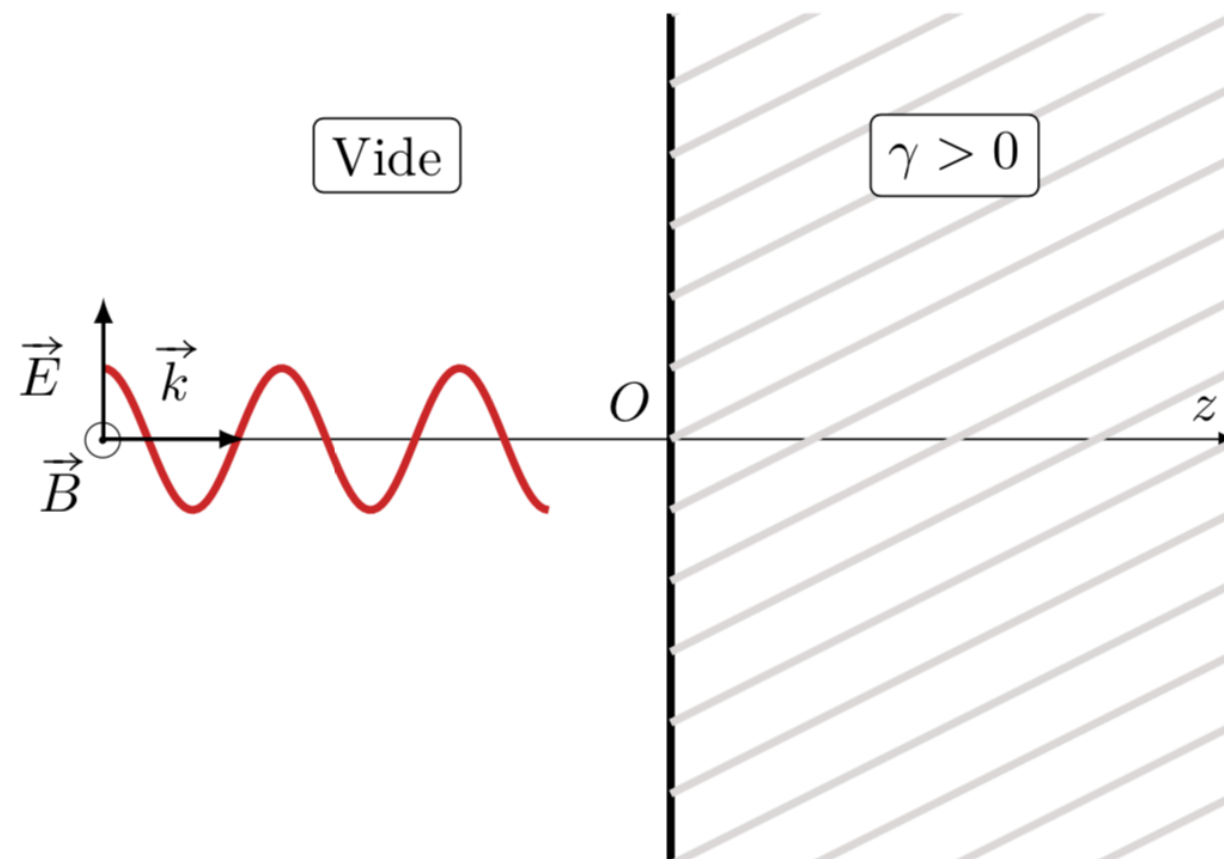
ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE & CONDUCTEUR OHMIQUE

Équation d'onde diffusive

Une onde électromagnétique progressant dans un milieu conducteur ohmique dans le cadre de l'ARQS magnétique, obéit à une *équation de diffusion* :

$$\Delta \vec{E} - \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$$

$$\Delta \vec{B} - \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$



ÉPAISSEUR DE PEAU & MODÈLE DU CONDUCTEUR PARFAIT

Épaisseur de peau

On appelle *épaisseur de peau*, la grandeur $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$ homogène à une longueur et exprimée en m.

Conducteur parfait

On appelle conducteur parfait (idéal), tout conducteur de conductivité γ considérée comme infinie.

Propriétés du conducteur ohmique idéal

- Un conducteur parfait est caractérisé par $\rho = 0$, éventuellement, il peut exister une charge surfacique $\sigma \neq 0$.
- L'épaisseur de peau d'un conducteur parfait est nulle puisque $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}} \xrightarrow{\gamma \rightarrow \infty} 0$,
- Les champs électriques et magnétiques dans un conducteur parfait sont nuls : $\vec{E} = \vec{B} = \vec{0}$.
- La puissance volumique JOULE est nulle.
- Le vecteur densité de courant volumique $\vec{j} = \vec{0}$, il peut néanmoins subsister un vecteur densité surfacique de courant $\vec{j}_s \neq \vec{0}$.

$$\begin{array}{l} n]e = P_i + P_{th}^{Cu^{+2} + Zn(s) \rightleftharpoons Cu(s) + Zn^{+2}} \cdot \text{rot } E = \\ \lambda_0 \frac{na}{(\sin i - \sin t)} = p, \quad p \in \frac{H(j\omega)}{H(j\omega)} = d \frac{\sum_k K_k}{\sum_j L_j} = \exp\left\{j\frac{\omega}{\omega_0} \left[\frac{a}{\omega_0} \right] \right\} \\ \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \frac{H_{ALI}}{\Delta_{vap} s} = d \frac{\mu_0}{\Delta_{vap} h} \frac{1}{T_{vap}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \\ \text{div} \frac{\vec{x}}{x} = 0 \\ 2\pi \frac{\vec{A} \cdot \vec{E}}{(SM)^2} + \text{div} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0^S(H_2(g))} \right) = 0 \\ \frac{1}{T} = \varphi_0 \frac{1}{(SM)^2} = \varphi_0^T \frac{1}{(E_{\oplus}^S - E_{\oplus}^S(H_2(g)))} = 130,71 \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1} \\ \frac{\lambda_0}{j} = \gamma \vec{E} \qquad \Delta_r G = 0 \\ \frac{\partial \Delta_r G}{\partial \xi} = 2 \mu_0 \frac{\partial}{\partial T} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega} \\ -(n_{Ox}(i) + |n_{red}(i)|) E_{Vr} \\ \frac{1}{2} v^2 + g z +$$
$$\begin{cases} \vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \end{cases} \quad (17.16)$$

où \vec{E}_i est le champ régnant dans le milieu i , σ est une densité surfacique de charge, $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$ est le vecteur normal à la surface de séparation, orienté de 1 vers 2 et \vec{j}_s est un vecteur densité surfacique de courant.

$$h]_{\frac{na}{\lambda_0}(\sin i - \sin t)} = p, \quad p \in \frac{Cu^{+2} + Zn^{+2}}{H(j\omega)} = d_{\sum_j \frac{b_j}{\lambda_j}} \frac{rot E}{\mu_0 \mu_0} \exp \left(\frac{\Delta_{vap}}{T_{vap}} \right)$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \quad \Delta_{vap} = \frac{\mu_0}{T_{vap}} \quad \frac{\Delta_{vap}}{T_{vap}} = \frac{\mu_0}{T_{vap}} \quad \frac{\Delta_{vap}}{T_{vap}} = \frac{\mu_0}{T_{vap}}$$

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad \text{div } \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0 \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_r H_i^\circ$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{d}{dz} \left(\frac{E}{\mu_0} \right) = \frac{1}{\mu_0} \frac{d}{dz} \left(\frac{E}{\mu_0} \right) = \frac{1}{\mu_0} \frac{d}{dz} \left(\frac{E}{\mu_0} \right) = \frac{1}{\mu_0} \frac{d}{dz} \left(\frac{E}{\mu_0} \right)$$

$$\frac{\lambda_0}{j} = \gamma \vec{E} \quad \Delta_r G = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\mu_0 \gamma \omega}{P, T} \right) \frac{1}{2} v^2 + gz +$$

$$+ (|\eta_{Ox}(i)| + |\eta_{Red}(i)|) \mathcal{E} V_{it}$$

OPPS & MÉTAL PARFAIT

ONDE RÉFLÉCHIE

Onde électromagnétique en incidence normale sur un conducteur idéal

Une onde électromagnétique se réfléchissant en incidence normale sur un conducteur idéal présente les propriétés suivantes :

- l'onde réfléchie est une OPPS de même pulsation et amplitude que l'onde incidente mais de vecteur d'onde opposé $\vec{k} = -k\vec{u}_z$ et déphasée de π .
- Cette onde réfléchie est issue de l'apparition d'un vecteur densité de courant surfacique $\vec{j}_s = \frac{kE_0}{2\mu_0\omega} \cos(\omega t) \vec{u}_x$.
- La composante magnétique réfléchie reste en phase avec la composante magnétique incidente et vérifie $\vec{B}_r = \frac{\vec{k}_r \wedge \vec{E}_r}{\omega}$
- Cette réflexion se fait sans perte d'énergie : $\langle \vec{\Pi}_i \rangle_T = -\langle \vec{\Pi}_r \rangle_T$