

7 Écoulements rampants, laminaires et turbulents

7.1 Équation de Navier-Stokes

L'écoulement d'un fluide réel obéit à un ensemble des lois plus ou moins complexes en fonction du degré de raffinement que l'on souhaite mettre dans la modélisation des propriétés visqueuses du fluide.

Le modèle le plus simple prenant en compte cette propriété est celui du fluide dit NEWTONIEN où les forces visqueuses sont proportionnelles au gradient local de vitesse.

Le système d'équation qui régit ce type de fluide en écoulements incompressibles est dite de NAVIER-STOKES et s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = 0 \\ \mu \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \operatorname{grad}) \vec{v} \right) = \mu \vec{g} - \operatorname{grad} p + \eta \Delta \vec{v} \end{cases} \quad (7.1)$$

Ce système est non-linéaire et en dehors de quelques rares cas simples, comme par exemple l'écoulement de POISEUILLE présenté ci-dessous, ces équations ne présentent pas de solutions analytiques.

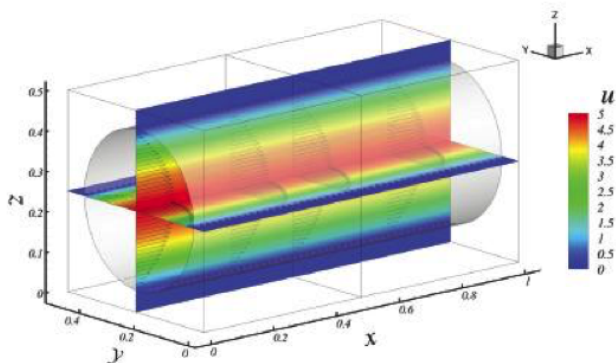


Fig. 7.1 – Contours de la composante axiale de la vitesse

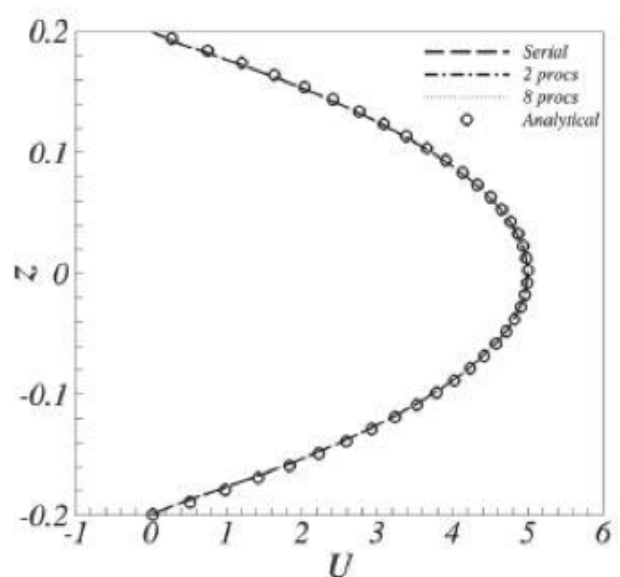


Fig. 7.2 – Profil de vitesse radial

Les problèmes associés à la mécanique des fluides sont nombreux dans l'industrie (aérodynamique, énergétique, traitement des déchets, ...) et l'absence de solution analytique doit donc être, au moins

partiellement, contournée par des solutions pragmatiques. La résolution de ces problèmes passe souvent par de la modélisation numérique et/ou des tests en soufflerie.

7.2 Reynolds et les divers régimes d'écoulements

Vers 1880, un scientifique anglais : Osborne REYNOLDS mit en évidence le rôle joué par un nombre sans dimension dans la caractérisation des écoulements. Son dispositif expérimental lui permettait de visualiser les lignes de courant d'un écoulement en injectant un colorant au centre d'une canalisation cylindrique et rectiligne. En augmentant progressivement la vitesse débitante il fit le constat que, pour un même jeu d'équation, celles de NAVIER-STOKES (voir 7.1), et des conditions géométriques identiques, l'écoulement peut être totalement différent et notamment perdre son caractère stationnaire : on parle aujourd'hui d'écoulements laminaires ou turbulents.

Il découvrit également que le caractère turbulent ou laminaire de l'écoulement dépendait de la valeur prise par un nombre adimensionnel qui porte aujourd'hui son nom : le nombre de REYNOLDS.

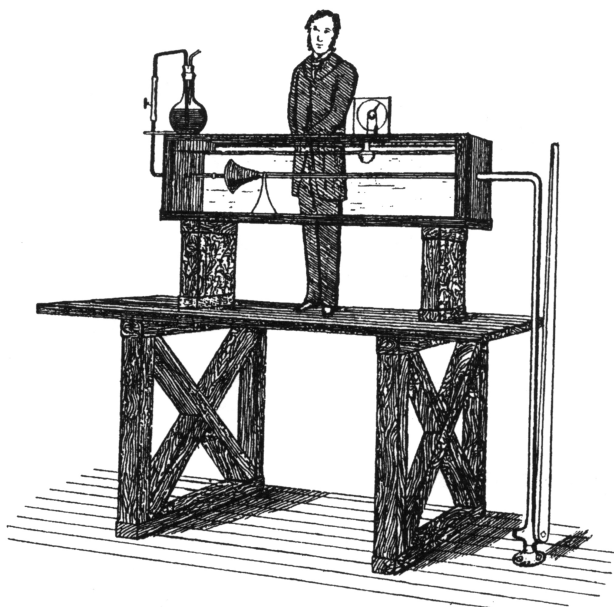


Fig. 7.3 – Dispositif expérimental de O. REYNOLDS en 1883

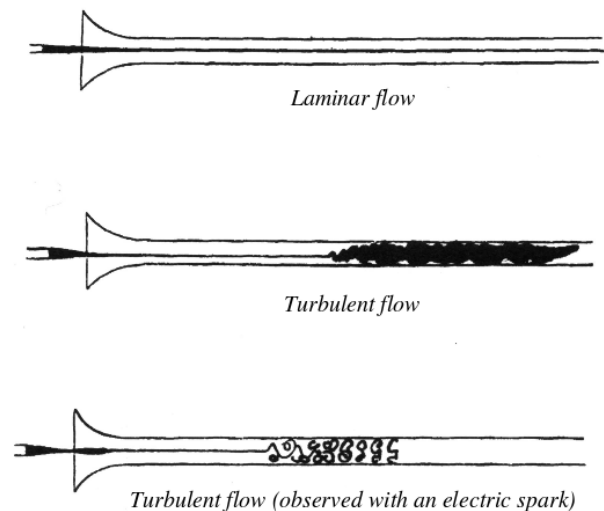


Fig. 7.4 – Ligne de courant tracées par O. REYNOLDS en 1883

Reprenons l'exemple de l'écoulement stationnaire dans une conduite cylindrique : il peut être caractérisé par une vitesse (celle donnée par le débit volumique en fluide incompressible V_∞), une longueur caractéristique (celle du diamètre D de la conduite) ainsi que les propriétés du fluide dans lequel se fait l'écoulement (masse volumique μ et viscosité dynamique η). Pour mettre en évidence des nombres sans dimensions dans l'équation de NAVIER-STOKES, on peut poser $\vec{v} = V_\infty \times \vec{v}^*$, $p = p_0 \times p^*$ et toute dérivée par rapport à une variable d'espace peut se ré-écrire de même $dx = D \times dx^*$, $dy = D \times dy^*$, $dz = D \times dz^*$ et les dérivées temporelles deviennent de même : $dt = \frac{D}{V_\infty} \times dt^*$. Après simplifications, l'équation de NAVIER-STOKES devient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho^*}{\partial t^*} + \rho^* \operatorname{div} \vec{v}^* = 0 \\ \left(\frac{\partial \vec{v}^*}{\partial t^*} + (\vec{v}^* \cdot \operatorname{grad}^*) \vec{v}^* \right) = \frac{V_\infty^2}{gD} \frac{\vec{g}}{g} - \frac{V_\infty^2}{gD} \operatorname{grad}^* p^* + \frac{\eta}{\mu V_\infty D} \Delta^* \vec{v}^* \end{cases} \quad (7.2)$$

où la notation * rappelle les grandeurs sans dimension.

Cette écriture fait apparaître 3 nombres adimensionnels :

- Un rapport sans nom : $\frac{p_0}{\mu V_\infty^2}$,
- Le nombre de FROUDE : $Fr = \frac{V_\infty^2}{gD}$ qui caractérise l'influence de la gravité sur l'écoulement. La faible valeur de ce nombre permet généralement de négliger ce terme pour la plupart des écoulements industriels,
- Le nombre de REYNOLDS : $Re = \frac{\mu V_\infty D}{\eta}$ qui caractérise le rapport des effets d'inertie sur les effets visqueux. Ce nombre est généralement très grand dans les écoulements industriels.

Même si cette distinction doit être faite avec précaution, la valeur prise par le nombre de REYNOLDS permet de classer les écoulements en trois catégories :

- $Re \ll 1$: écoulements rampants (aussi appelés « de STOKES »),
Le terme diffusif $\Delta \vec{v}$ domine et les équations de NAVIER–STOKES redeviennent linéaires,
- $1 < Re < 10^3$: écoulements laminaires
Tous les termes ont un poids équivalent,
- $Re > 10^4$: écoulements turbulents
Le terme inertiel non linéaire $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}$ domine et le fluide se comporte comme un fluide parfait en dehors d'une zone proche des parois, dite « couche limite ».

Dans une conduite cylindrique, comme celle utilisée par REYNOLDS, on considère qu'un écoulement est turbulent lorsque $Re > 2500$. Ainsi le profil parabolique de vitesse de POISEUILLE, présenté dans la première partie, disparaît pour devenir un profil plus plats mais difficile à établir de manière analytique.

7.3 Les similitudes

Cette adimensionnalisation des équations de NAVIER–STOKES présente un intérêt supplémentaire. Écrites sous forme adimensionnelle, ces équations font apparaître les paramètres physiques, géométriques et de condition aux limites qui gouvernent la forme d'un écoulement. Deux écoulements a priori différents (par exemple avec des fluides différents) mais qui auraient les mêmes nombres adimensionnels présenteront une allure et des valeurs adimensionnées identiques.

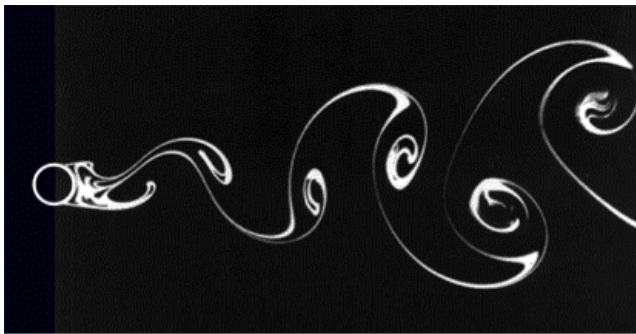


Fig. 7.5 – Allée de VON KARMAN obtenue en laboratoire

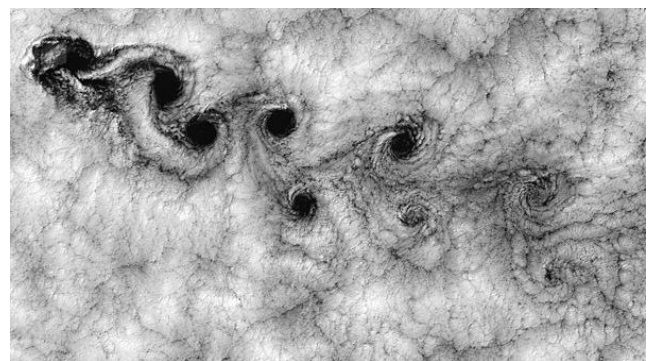


Fig. 7.6 – Allée de VON KARMAN naturelle

Les images 7.5 et 7.6 sont respectivement obtenues en observant l'écoulement d'une huile visqueuse sur un cylindre perpendiculaire au plan de la photo et enduit de peinture, et en observant par satellite l'écoulement d'une couche de nuages autour d'un volcan.

C'est sur ce principe que sont construites certaines souffleries, notamment celles permettant de tester des objets volants à très grande vitesse. On reproduit à plus petite échelle mais en respectant ces proportions, l'objet dont on veut déterminer les performances aérodynamiques, et on le place dans un écoulement à plus grande vitesse de façon à conserver la valeur du nombre de REYNOLDS.



Fig. 7.7 – Essai aérodynamique d'un avion à réaction

7.4 Simulations numériques

Il est cependant parfois impossible de maintenir une similitude exacte pour tous les nombres adimensionnels qui gouvernent un écoulement.

Par exemple, en plus des nombres adimensionnels présentés pour les équations de NAVIER-STOKES, les écoulements compressibles font intervenir le nombre de Mach défini par $M = \frac{V_\infty}{C}$ où C est la célérité du son dans le fluide considéré, les écoulements transitoires font intervenir le nombre de STROUHAL $St = \frac{fD}{V_\infty}$... Il arrive donc que l'on ne puisse faire une maquette permettant de respecter toutes les similitudes. Les résultats expérimentaux obtenus sont donc difficiles à interpréter puisque non représentatifs de l'écoulement réel.

On fait aujourd'hui de plus en plus appel à la simulation numérique d'écoulements (Computational Fluids Dynamics en anglais). Les améliorations apportées aux méthodes numériques (la méthode d'Euler vue en IPT a largement été améliorée depuis) et la puissance de calcul des processeurs modernes (CPU et/ou GPU multi-cœurs) permettent de reproduire très fidèlement la plupart des écoulements industriels. De nombreux logiciels de recherche (ELSA, ABVP...) ou commerciaux (Star-CD, Fluent...) équipent aujourd'hui toutes les branches industrielles qui ont à traiter des problèmes de mécanique des fluides.

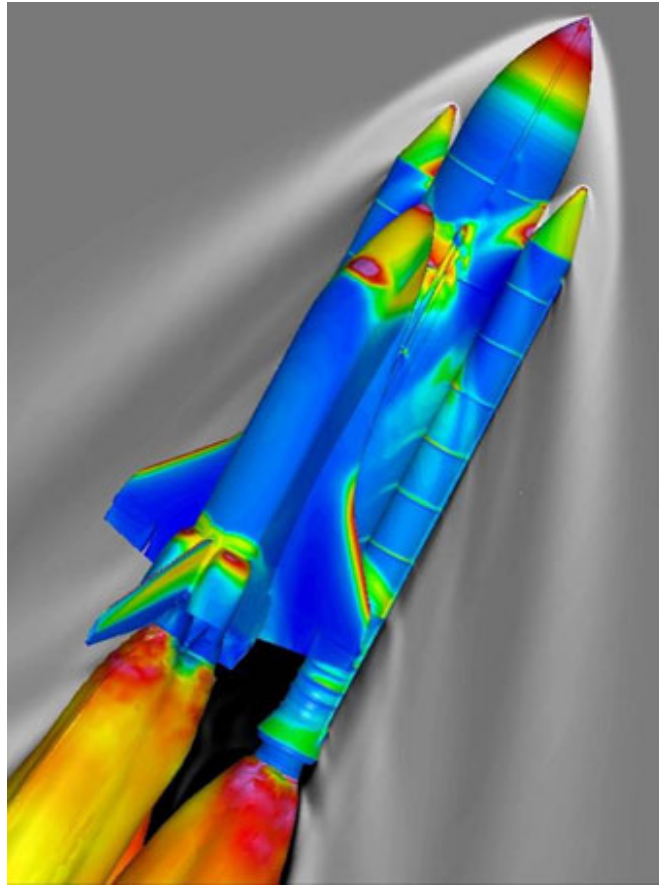


Fig. 7.8 – Navette spatiale colorée par la pression locale

Compléments d'information

On pourra consulter les liens suivants :

- Transition laminaire–turbulent : <https://www.youtube.com/watch?v=XOLl2KeDi0g>
- Nombre de REYNOLDS : <https://www.youtube.com/watch?v=kmjFdBxbV08>
- Soufflerie de l'écurie de Formule 1 Sauber : <https://www.youtube.com/watch?v=yGHDRpt-9Js>
- Aérodynamique d'un avion : <https://www.youtube.com/watch?v=vD828p9Nt0U>
- F1 car CFD simulation : <https://www.youtube.com/watch?v=Q9abjlj0fI4>
- LES of vortex-shedding over a sphere : <https://www.youtube.com/watch?v=GH0oZYhF6r4>