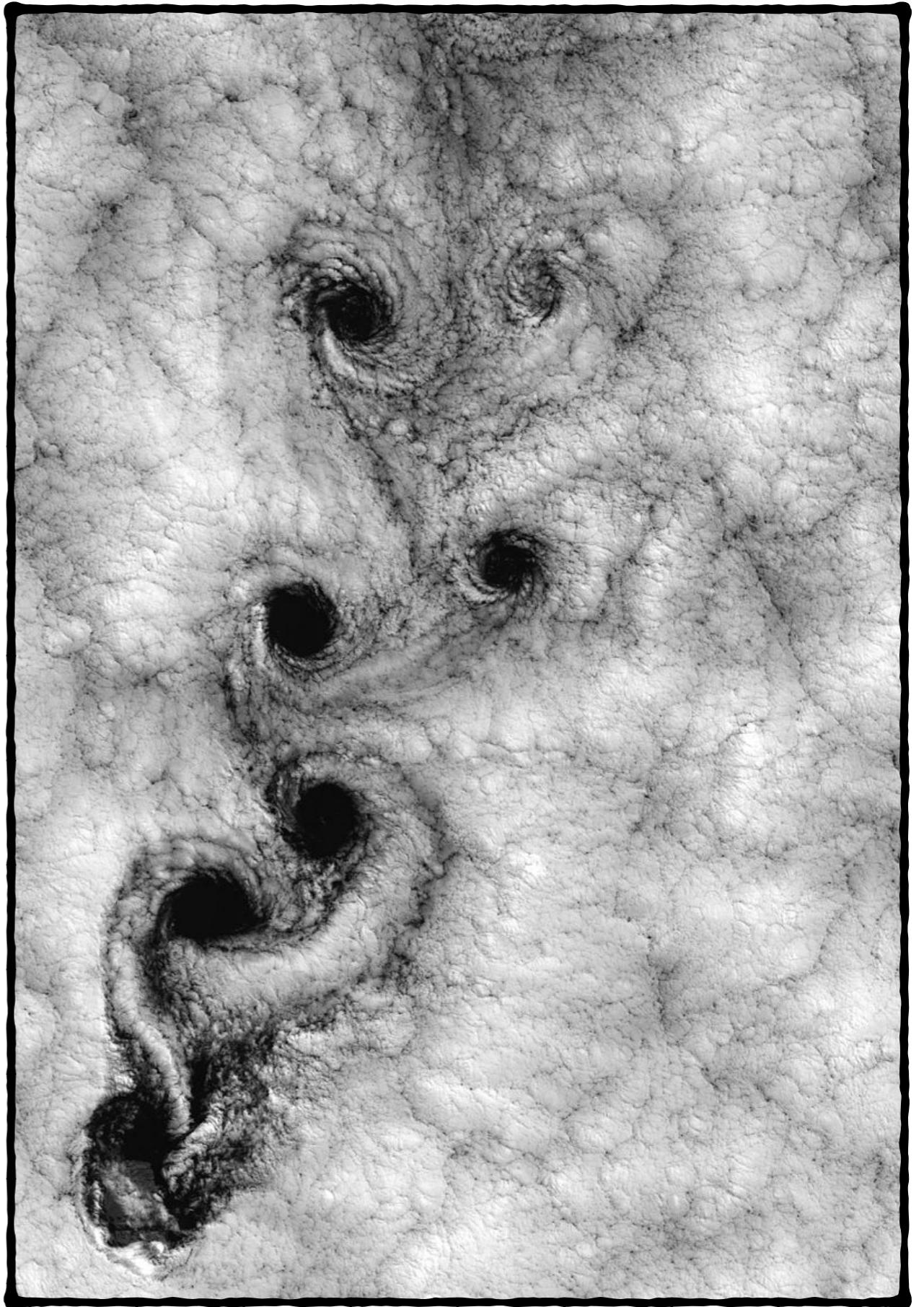


**PT PHYSIQUE**

**MECA 2**

**Dynamique des fluides**



$$h]_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \frac{\pi}{p} \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{\sin i} \frac{\text{Cu}^{\text{na}}}{\sin t} \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{\sin i} \frac{\text{Cu}^{\text{na}}}{\sin t}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{j} &= 0 & \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = \frac{d}{\Delta_{\text{vap}}} \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}} \\ \frac{2\pi}{\lambda_0} j &= \varphi^F(SM)^\circ = \varphi^F(E_\oplus^\circ - \mu_{B_\oplus}^\circ)^\circ = 0 & \Delta_r H^\circ &= 130,7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \\ \vec{j} &= \gamma \vec{E} & \Delta_r G &= \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{\xi}} \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{\mu}} \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{H}} \frac{\partial \vec{H}}{\partial \mu_0} \frac{\partial \vec{H}}{\partial \varepsilon_0} \frac{\partial \vec{H}}{\partial T} \\ & - (|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri} & & \end{aligned}$$

# OBJECTIFS DU CHAPITRE

- À la fin de ce chapitre, vous devez être capable de :
  - Décrire les écoulements en leur attribuant les qualificatifs *compressibles* ou *incompressibles*, *rotationnels* ou non, *visqueux* ou *idéaux*, *laminaire* ou *turbulent* ;
  - Calculer le *débit massique* ou *volumique* d'un écoulement de *profil de vitesse* donné ;
  - Établir les *relations de Bernoulli* et *Bernoulli généralisée* et les utiliser dans le cadre d'un écoulement en conduite ;
  - Mesurer ou modéliser une *perte de charge régulière* ou *singulière* dans un écoulement en conduite.

$$h]_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \nabla \cdot \vec{E} \vec{n}_{(s)}^{\text{na}} \vec{C}^{\text{na}}_{\theta(s)} \pm Zn^{\text{na}}_k \text{ rot } E$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{j} &= 0 & \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = d \frac{\mu_0}{\Delta_{\text{vap}} S} \\ \frac{Q}{\lambda_0} (SM)^{\circ} &= \varphi^F (E_{\oplus}^{\circ} - E_{\ominus}^{\circ}) & 0 &= 130,7,1 \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1} \\ \vec{j} &= \gamma \vec{E} & \Delta_r G &= \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{\xi}} \frac{G^{\circ} T_{\text{amb}}}{2 \mu_0} \vec{\mathcal{J}}_r H^{\circ} \mu_0 \bar{\varepsilon}_0 \vec{F} \\ & & & - (|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri} \end{aligned}$$

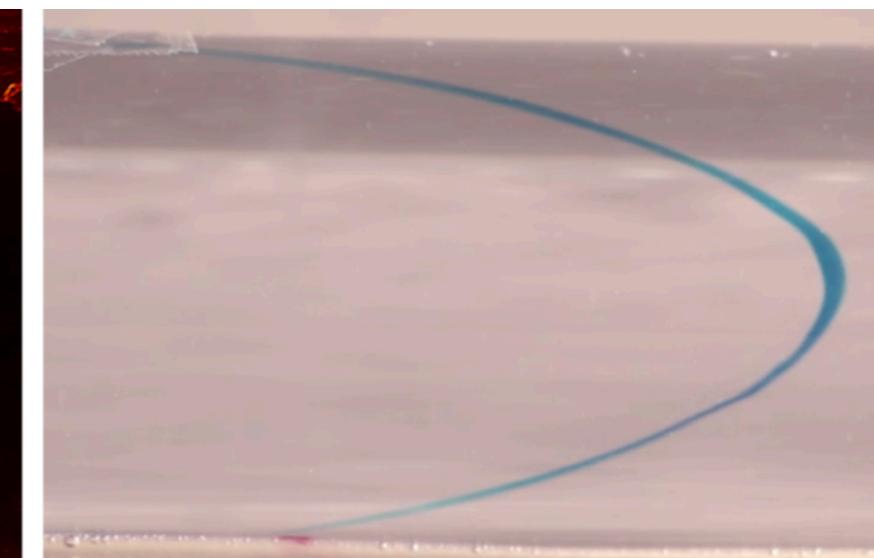
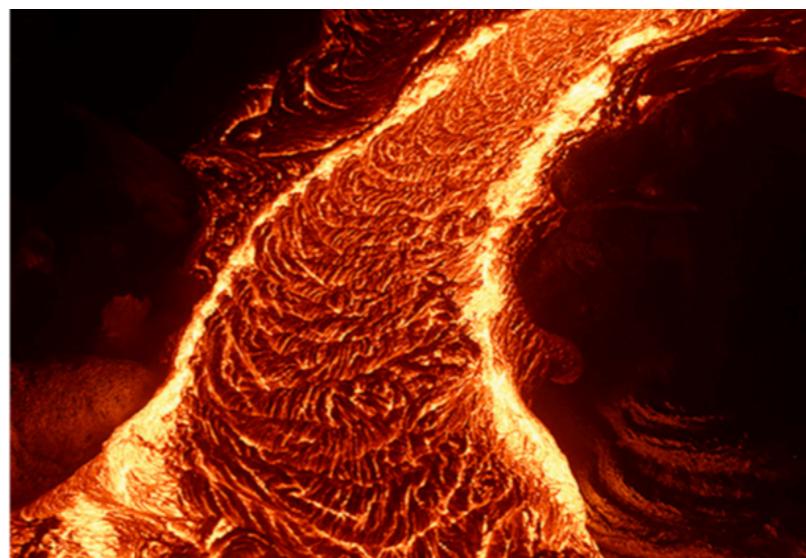
# ÉCOULEMENT(S) ?

## Écoulement stationnaire

On appelle *écoulement stationnaire*, tout écoulement tel que le champ de vitesse  $\vec{v}(M, t)$  d'un volume de contrôle  $\mathcal{V}$  est indépendant du temps.

## Écoulement uniforme

On appelle *écoulement uniforme*, tout écoulement tel que le champ de vitesse  $\vec{v}(M, t)$  d'un volume de contrôle  $\mathcal{V}$  est identique en tout point de  $\mathcal{V}$ .



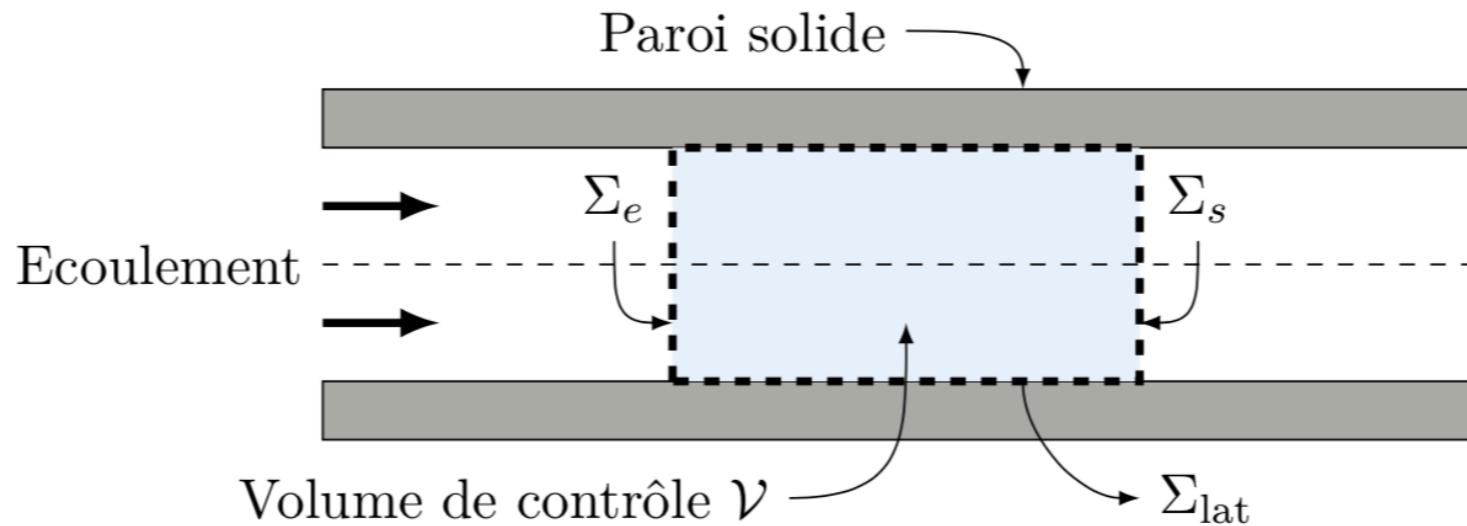
$$h|_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \mp \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{p} \text{C}^{\text{na}}_{\text{B}(g)} \pm \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{k} \text{rot } E =$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{j} &= 0 & \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = \frac{d}{\Delta_{\text{vap}}} \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}} \\ \frac{Q}{\lambda_0} (SM)^{\circ} &= \varphi_0^F (E_{\oplus}^{\circ} - \mu_{B_{\oplus}}^{\circ})^{(B_{2(g)})} = 0 & 130,7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} &= \Delta_r H^{\circ} = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^{\circ} \\ \vec{j} &= \gamma \vec{E} & \Delta_r G &= \frac{\partial G}{\partial \xi} \sqrt{\frac{P}{P_f T^{\gamma \omega}}} \vec{H} \mu_0 \bar{\varepsilon}_0 \vec{P} \\ & & &= (\eta_{\text{ox}}(i) + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri} \end{aligned}$$

# VOLUME DE CONTRÔLE

## Volume de contrôle

On appelle *volume de contrôle*, noté  $\mathcal{V}$ , un domaine de l'espace fini dans lequel se trouve un fluide statique ou en mouvement. Ce domaine est limité par un ensemble de surfaces de contrôle (réelle ou fictives), dont la réunion est une surface fermée  $S(\mathcal{V})$ .



$$h]_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \mp \text{Zn}^{\text{na}} \text{C}^{\text{na}}_{\theta^{(g)}} \pm \text{Zn}^{\text{na}}_{k^{\text{na}}} \text{rot } E =$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{j} &= 0 \\ \frac{1}{\lambda_0} \vec{j} \cdot \vec{E} &+ \operatorname{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0^{\text{vap}}} \right) = 0 \\ \vec{j} &= \gamma \vec{E} \\ -(\eta_{\text{ox}}(i)) &+ (\eta_{\text{red}}(i)) \mathcal{E} V_{ri} \end{aligned}$$

# NOTION DE VISCOSITÉ

## Viscosité

On appelle *viscosité (dynamique)* la grandeur physique  $\eta$  exprimée en [Pa · s] qui caractérise la résistance à l’écoulement d’un fluide incompressible.

Fluide	Huile	Eau	Air
Viscosité dynamique (Pa · s)	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-3}$	$1,8 \times 10^{-5}$

## Fluide newtonien

On appelle *fluide newtonien* tout fluide dont la viscosité est une constante indépendante du gradient de vitesse subit par le fluide.

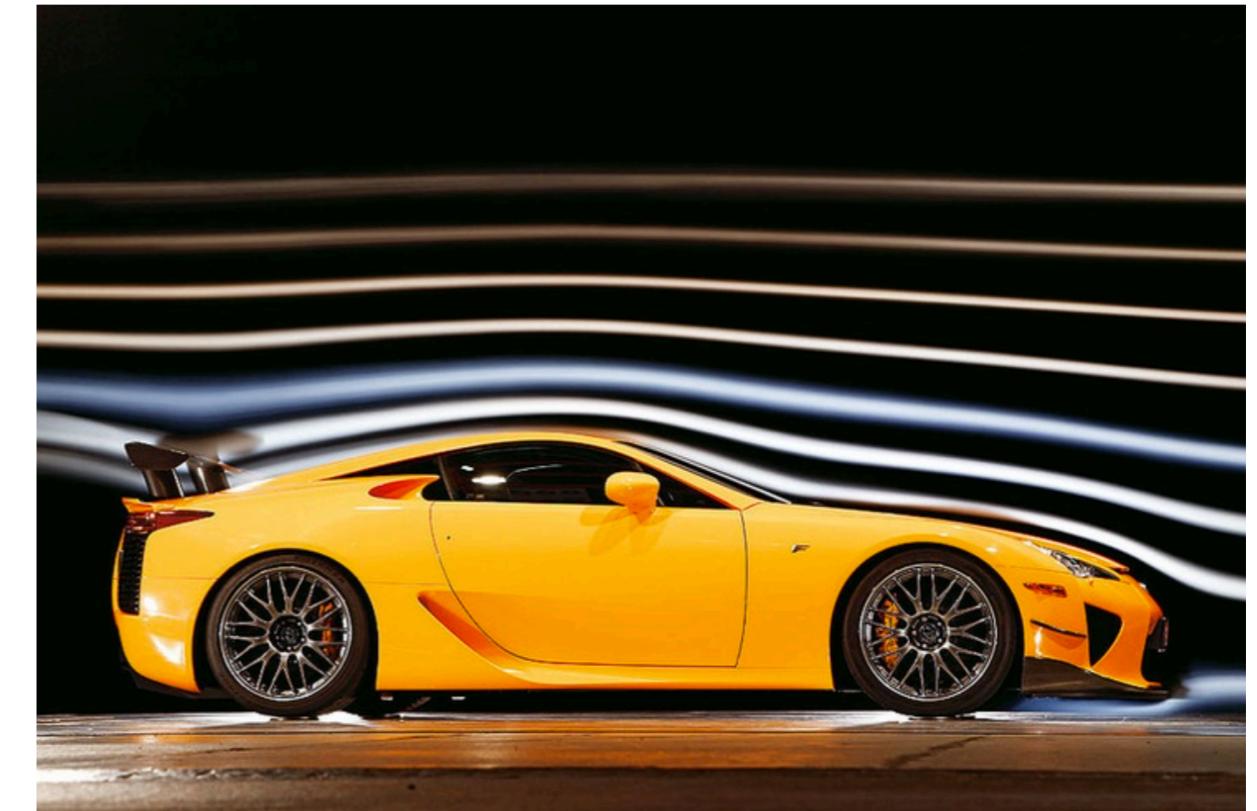
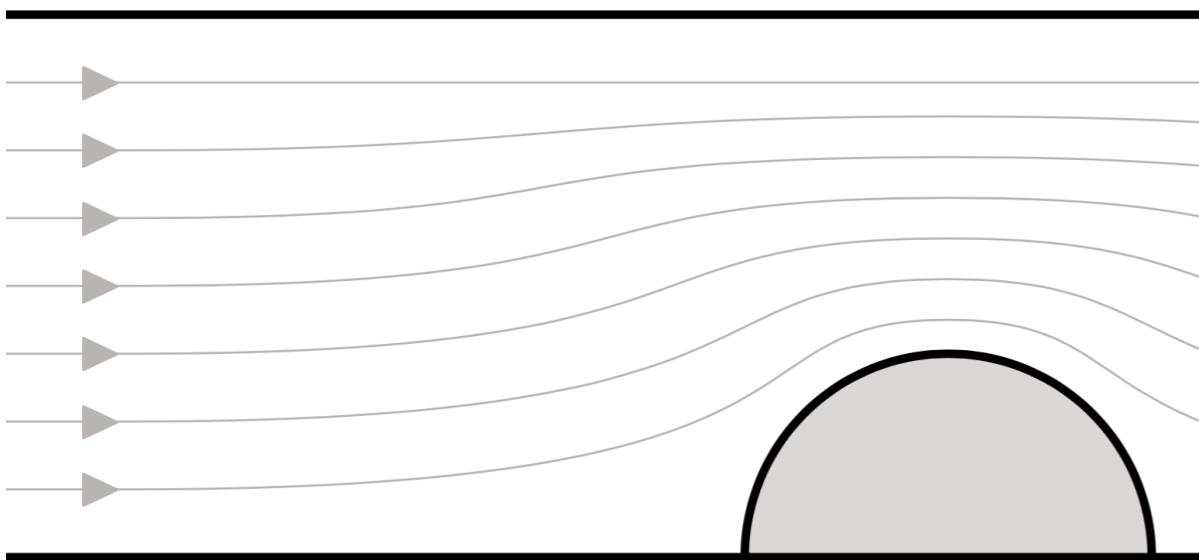
$$h|_e^{\circ} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{x\alpha_i \pm \frac{1}{2}} \text{Zn}^{\frac{1}{2}(\alpha_i - p)} \text{Gr}_{(s)}^{\pm} \xi_{(s)}^{\pm} \text{Zn}^{z\tau} \text{rot } E = \\ \underline{H}(\mathbf{j}\omega) = d_{\sum_k b_k} \circ \rightarrow_{\sum_j f_k} E = \exp \frac{i}{\partial t}$$

$$\begin{aligned} \oint\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{\text{int}} H_{\text{ALI}}}{\varepsilon_0} = \frac{d \frac{\mu_0}{\lambda_{\text{vap}}}}{\Delta_{\text{vap}}^H} \frac{(\mathbb{C}\mathbb{X}_{\mathcal{E}^{(\text{g})}})}{T_{\text{vap}}} \\ \operatorname{div} \vec{j} &= 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \vec{j} \cdot \vec{E} + \operatorname{div} \left( \vec{E} \vec{B} \right) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial r} \left( Q_{\text{int}} \vec{M} \right) &= \varphi \rho^F \left( B_{\oplus}^{\text{g}} - B_{\ominus}^{\text{g}} \right) = 0 \\ \frac{\lambda_0}{j_r = \gamma \vec{E}} &= \frac{1}{\Delta_r H^{\circ}} \frac{\partial \mathbb{C}\mathbb{X}_{\mathcal{E}^{(\text{g})}}}{\partial \xi} \frac{\partial H^{\circ}}{\partial \mu_0} \frac{\partial \mathbb{P}}{\partial \varepsilon_0} \\ \Delta_r G &= \frac{1}{\delta} \frac{\partial \mathbb{C}\mathbb{X}_{\mathcal{E}^{(\text{g})}}}{\partial \xi} \frac{\partial H^{\circ}}{\partial \mu_0} \frac{\partial \mathbb{P}}{\partial T} \frac{1}{2} v^2 + g z + \\ + (|\eta_{\text{Ox}}(i)| + |\eta_{\text{R}\vec{e}(\vec{i})}|) \mathcal{F} V_i \vec{n} & \end{aligned}$$

# DÉCRIRE UN ÉCOULEMENT I

## Ligne de courant

On appelle *ligne de courant* une courbe de l'espace qui, à un instant  $t_0$  donné, est en tout point tangente au vecteur vitesse des particules fluides.



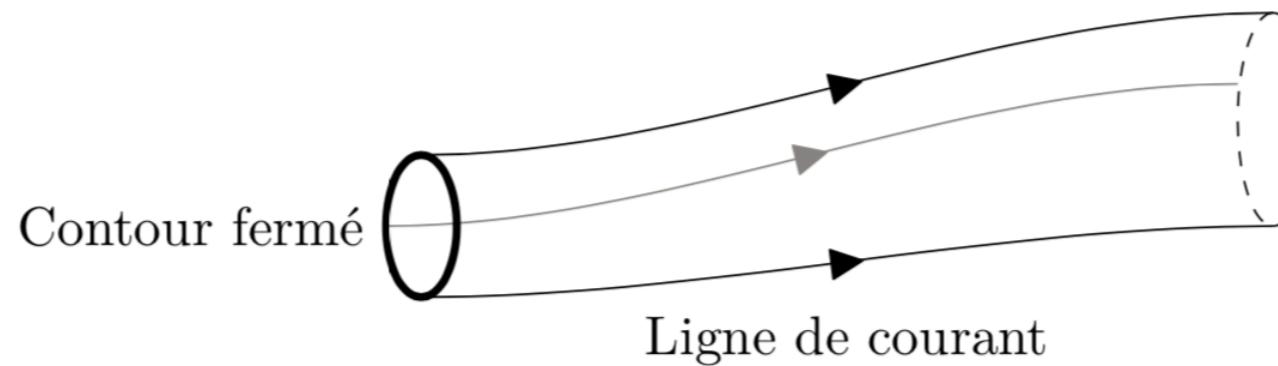
$$h]_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \mp \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{p} \text{C}^{\text{na}}_{\text{B}^{(g)}} \pm \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{k} \text{rot } E =$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{j} &= 0 \\ \frac{1}{\lambda_0} \vec{j} \cdot \vec{E} &+ \operatorname{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0^{\text{vap}}} \right) = 0 \\ \Delta_{\text{vap}} H &= \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}} \end{aligned}$$

# DÉcrire un écoulement 2

## Tube de courant

On appelle *tube de courant* la surface fictive définie par la réunion de l'ensemble de lignes de courant issues d'un contour fermé.



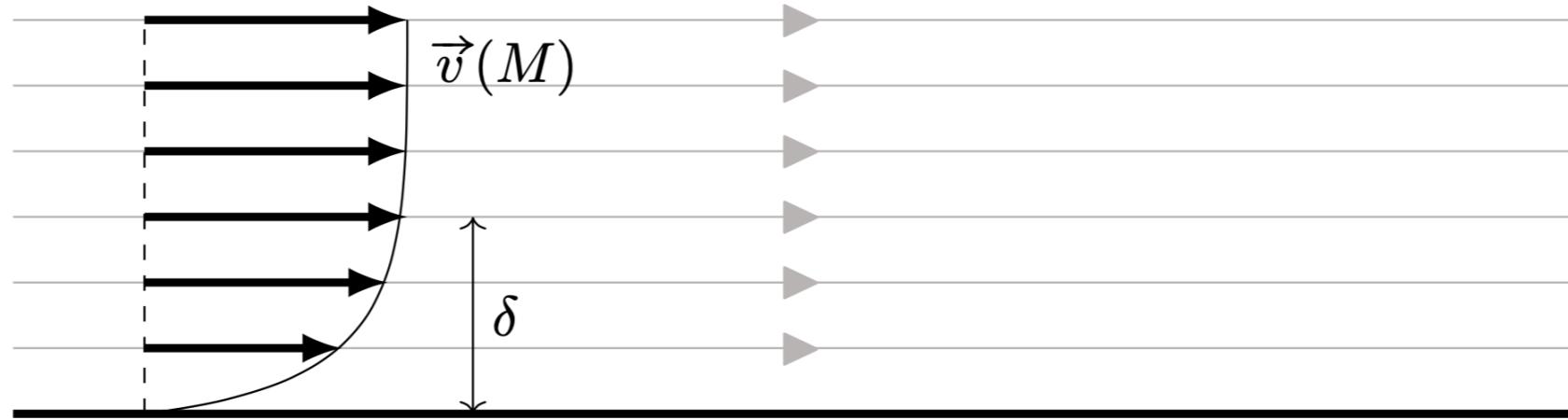
$$h]_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \mp \text{Zn}^{\text{na}}_{(\text{s})} \text{C}^{\text{na}}_{\text{g}} \pm \text{Zn}^{\text{z+}}_k \text{rot } E =$$

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = d \frac{\mu_0}{\Delta_{\text{vap}} S} = \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}} \\ \frac{2\pi Q j}{\lambda_0} = \varphi_0^F (S M)^\circ = \varphi_0^F (E_\oplus^\circ \mu_{B_\oplus}^\circ)^{(1)} = 0 \\ - (|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri}$$

# DÉcrire un écoulement 3

## Profil de vitesse

On appelle *profil de vitesse* la représentation du champ de vitesse des particules fluides d'un fluide en écoulement placées sur une ligne perpendiculaire à la vitesse moyenne.



$$\begin{aligned}
h]_e^{\text{na}} &= \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \nabla \cdot \vec{E} \vec{n}^{\text{na}} \vec{v}^{\text{na}} \vec{B}^{\text{na}} \vec{B}^{\text{na}} \vec{B}^{\text{na}} \vec{B}^{\text{na}} \text{rot } E = \\
H(j\omega) &= d \sum_j \frac{K^{\text{na}}}{\sum_k K^{\text{na}}} \frac{E^{\text{na}}}{E^{\text{na}}} \exp \left( \frac{j\omega}{\tau} \right) \\
\operatorname{div} \vec{j} &= 0 \quad \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = \frac{d}{\Delta_{\text{vap}}} \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}} \\
\frac{Q}{\lambda_0} \vec{j} \cdot \vec{E} &+ \operatorname{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0^{\text{na}}} \right) = 0 \quad 130,7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H^\circ_i \\
\vec{j} &= \gamma \vec{E} \quad \Delta_r G = \frac{\partial G}{\partial \xi} \Big|_{P,T} \frac{\partial G}{\partial P} \Big|_{P,T} \frac{\partial G}{\partial T} \Big|_{P,\xi} \frac{\partial H}{\partial \mu_0} \Big|_{\xi} \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_0} \Big|_{\xi} \\
&- (|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri}
\end{aligned}$$

# QUANTIFIER UN ÉCOULEMENT

## Débit massique

On appelle *débit massique*, exprimé en  $[\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}]$ , la masse de fluide  $\delta m$  qui traverse une surface  $\Sigma$  donnée par unité de temps  $dt$ . Cette grandeur est égale au flux de la quantité de mouvement volumique  $\mu \vec{v}$  à travers  $\Sigma$ .

$$D_m = \frac{\delta m}{dt} = \iint_{\Sigma} \mu \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

où  $\mu$  est la masse volumique du fluide débitant.

## Conservation du débit massique

En régime permanent, le débit massique à travers toute section d'une conduite, orientée selon le sens de l'écoulement, se conserve.

$$D_m = \text{cste}$$

$$h]_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \frac{\text{rot } E}{p, \sum_k b_k^{\text{na}}} \text{rot } E =$$

$$\tilde{H}(j\omega) = d \sum_j \frac{K_{\Delta E}}{\Delta E - j\omega}$$

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}} H_{\text{ALI}}}{\varepsilon_0} = \frac{d \mu_0}{\Delta_{\text{vap}} S}$$

$$\frac{Q}{\lambda_0} \vec{j} \cdot \vec{E} + \operatorname{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0^{\text{vap}}} \right) = 0$$

$$\Delta_r G = \frac{\partial G}{\partial \xi} \Big|_{P,T} = \frac{G^{\text{vap}} - G^{\text{liq}}}{2 \mu_0} \vec{J}_r \cdot \vec{H} \mu_0 \bar{\varepsilon}_0 \vec{P}$$

$$- (|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri}$$

# QUANTIFIER UN ÉCOULEMENT

## 2

### Fluide incompressible

On appelle *fluide incompressible*, tout fluide dont le volume demeure constant sous l'action d'une pression externe. La masse volumique d'un fluide incompressible vérifie :

$$\mu = \mu_0 = \text{cste}$$

### Débit volumique

On appelle *débit volumique*, exprimé en [m<sup>3</sup>/s], le volume de fluide qui traverse une surface  $\Sigma$  donnée par unité de temps. Cette grandeur est égale au flux du vecteur vitesse  $\vec{v}$  à travers  $\Sigma$ .

$$D_v = \frac{\delta V}{\delta t} = \iint_{\Sigma} \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

### Conservation du débit volumique

En régime permanent et pour un fluide incompressible, le débit volumique à travers toute section d'une conduite, orientée selon le sens de l'écoulement, se conserve.

$$D_v = \text{cste}$$

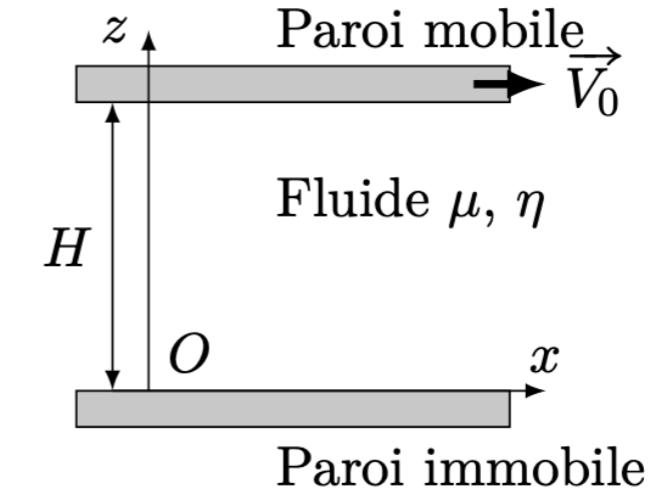
$$h_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \frac{\pi}{p} \frac{Zn_{(s)}^{\text{na}}}{\varepsilon_0^{\text{na}}} \frac{Ch}{\rho_0^{\text{na}}} \frac{z}{k} \text{rot } E$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{j} &= 0 & \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = \frac{d}{\Delta_{\text{vap}}} \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}} \\ \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{j}{SM^{\circ}} &= \varphi_0^F \left( \frac{E \wedge \vec{B}}{\mu_0^{\circ} (E_{\oplus}^{\circ})^{(B_{2(g)})}} \right) = 0 & 130,7,1 \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1} &= \Delta_r H^{\circ} = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^{\circ} \\ \vec{j} &= \gamma \vec{E} & \Delta_r G &= \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{\xi}} \Big|_{P,T} \frac{G^{\circ} T^{\circ}}{2\mu_0} \vec{J}_r H^{\circ} \mu_0 \bar{\varepsilon}_0 \vec{P} \\ -(|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri} & \end{aligned}$$

# EXERCICE D'APPLICATION I

On s'intéresse à l'expérience de COUETTE dans laquelle un fluide de masse volumique  $\mu$  est placé entre deux plaques horizontales de largeur  $L$ , l'une étant fixe et l'autre se déplaçant à la vitesse constante  $\vec{V}_0$ .

On observe l'évolution du profil de vitesse selon la verticale et on mesure une vitesse qui vérifie la relation suivante :



$$\vec{v}(z) = \begin{cases} V_0 \frac{z}{H} \vec{u}_x, & \forall z \in [0, H] \\ \vec{0}, & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Calculer le débit massique à travers une section perpendiculaire à l'écoulement pour  $\mu = \mu_0 = \text{cste}$ ,
2. Calculer le débit massique à travers une section parallèle à l'écoulement,
3. Calculer le débit massique à travers une section perpendiculaire à l'écoulement pour  $\mu = \mu_0 \frac{z}{H}$ .

$$h]_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \mp \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{p} \text{C}^{\text{na}}_{\text{Zn}} \pm \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{k} \text{rot } E =$$

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{j} &= 0 \\ \frac{d\pi}{\lambda_0} \vec{j} \cdot \vec{E} + \text{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_{\text{vap}}^{\text{S}}} \right) &= 0 \\ \vec{j} = \gamma \vec{E} & \quad \Delta_{\text{r}} G = \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{\xi}} \Big|_{B,T} \end{aligned}$$

$\sum_i (|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri}$

# NEWTONIEN OU PARFAIT ?

## Force surfacique de cisaillement

On appelle *force surfacique de cisaillement* la force par unité de surface, exercée par le fluide sur une paroi, exprimée en [ $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ ] selon :

$$\vec{f}_{\text{surf}}(M) = \eta \overrightarrow{\text{grad}} (\vec{v} \cdot \vec{u}_N) \Big|_M \vec{u}_T$$

où  $\vec{v}$  est le vecteur vitesse au point  $M$ ,  $\vec{u}_N$  (resp.  $\vec{u}_T$ ) est le vecteur normal (resp. tangentiel) à la paroi en  $M$ .

## Fluide newtonien

On appelle *fluide newtonien* tout fluide dont la viscosité est une constante indépendante du gradient de vitesse subit par le fluide.

## Fluide parfait

On appelle *fluide parfait*, un fluide dont il est possible de décrire le mouvement sans prendre en compte les effets de viscosité et de conduction thermique.

Dans le cas contraire, le fluide est dit *visqueux*.

$$h|_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \mp \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{p} \text{C}^{\text{na}}_{\mathfrak{E}(g)} \pm \text{Zn}^{\text{na}}_{k^{\text{na}}} \text{rot } E$$

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{j} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = d \frac{\mu_0}{\Delta_{\text{vap}} S} = \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}} \end{aligned}$$

# CONSÉQUENCES SUR LE PROFIL DE VITESSE

## Condition aux limites pour un fluide newtonien

Un fluide visqueux voit sa vitesse en paroi vérifier :

$$\vec{v}(M \in \Sigma_{\text{lat}}) = \vec{V}_{\text{paroi}}$$

où  $\Sigma_{\text{lat}}$  est la paroi latérale du volume de contrôle, et  $\vec{V}_{\text{paroi}}$  la vitesse de la paroi.

## Condition aux limites pour un fluide parfait

Un fluide parfait voit sa vitesse en paroi vérifier :

$$\vec{v}(M \in \Sigma_{\text{lat}}) \cdot \vec{n}_M = 0$$

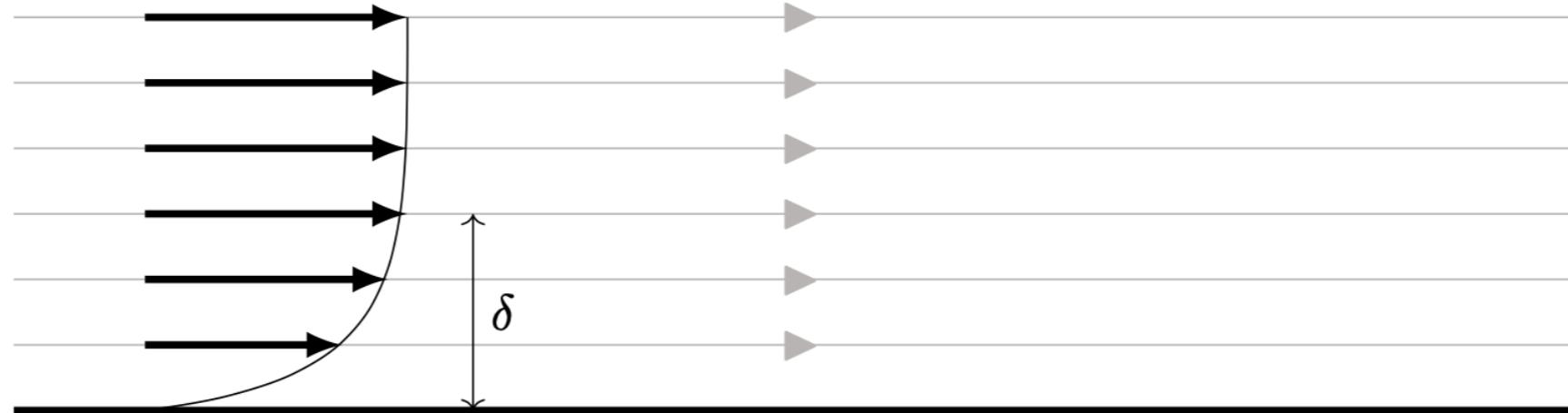
où  $\Sigma_{\text{lat}}$  est la paroi latérale du volume de contrôle,  $\vec{n}_M$  la normale à la paroi et  $\vec{V}_{\text{paroi}}$  la vitesse de la paroi.

$$\tilde{e}_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \mp \text{Zn}^{\text{na}} \text{C}^{\text{na}}_{\text{Zn}} \pm \text{Zn}^{\text{na}} \text{rot } E =$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{j} &= 0 & \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = \frac{d}{\Delta_{\text{vap}}} \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}} \\ \frac{Q}{\lambda_0} \vec{j} \cdot \vec{E} &+ \operatorname{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_{\text{vap}}^{\circ} (T_{\text{vap}})} \right) &= 0 & \Delta_{\text{vap}} = \frac{\Delta_{\text{vap}}}{T_{\text{vap}}} \\ \vec{j} &= \gamma \vec{E} & \Delta_{\text{r}} G &= \frac{\partial G}{\partial \xi} \Big|_{P,T} \end{aligned}$$

# EXERCICE D'APPLICATION 2

On s'intéresse à une paroi sur laquelle un fluide visqueux s'écoule. On constate expérimentalement que l'écoulement se rattache à la vitesse nulle en paroi à travers une zone plus ou moins épaisse de fluide appelée « couche limite ». On s'intéresse à l'épaisseur de cette couche.



1. De quels paramètres physiques intensifs peut dépendre l'épaisseur de la couche limite  $\delta$  ?
2. En déduire, par analyse dimensionnelle une expression de l'épaisseur de couche limite.

$$h_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \frac{\pi}{p} \sum_{k=1}^{n_k} \frac{Z_k n_k}{\varepsilon_0} \text{rot } E =$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = \frac{d}{\Delta_{\text{vap}}} \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{j}{\gamma} \vec{E} + \text{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0^{\text{vap}}} \right) = 0$$

$$\Delta_{\text{vap}} = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^{\circ}$$

$$- (|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri}$$

# COMPRESSIBLE OU INCOMPRESSIBLE ?

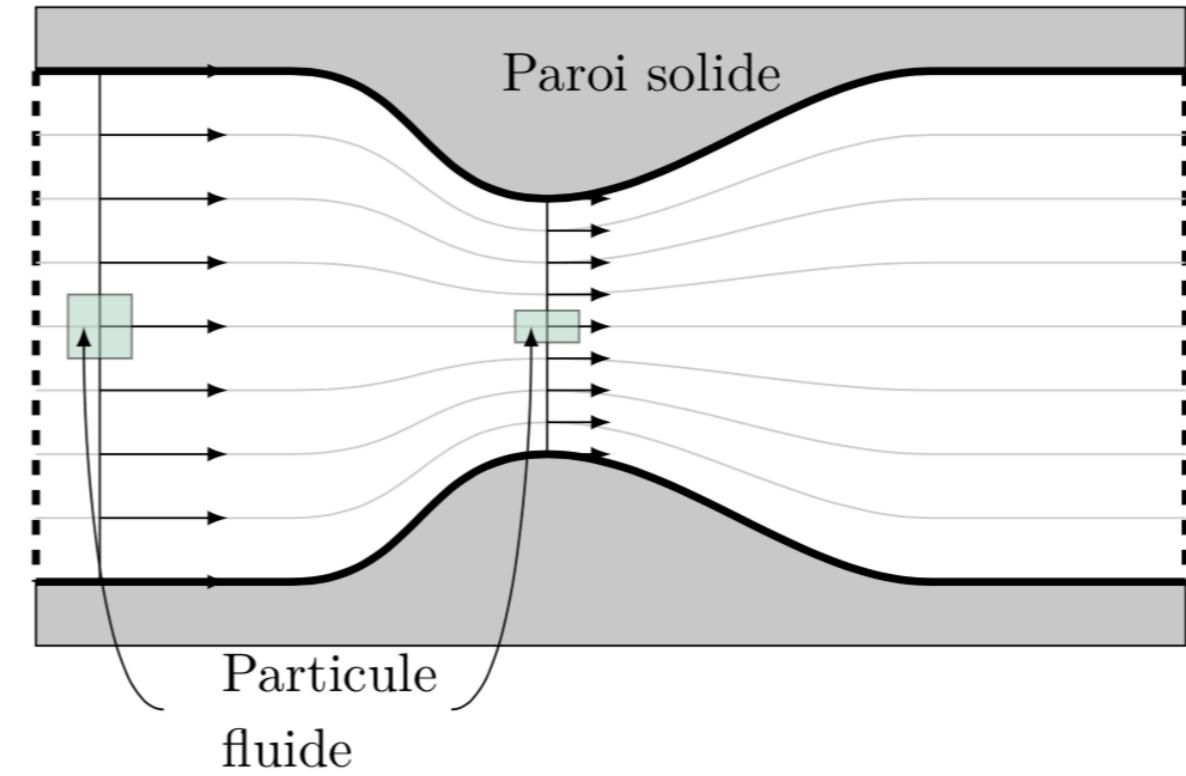
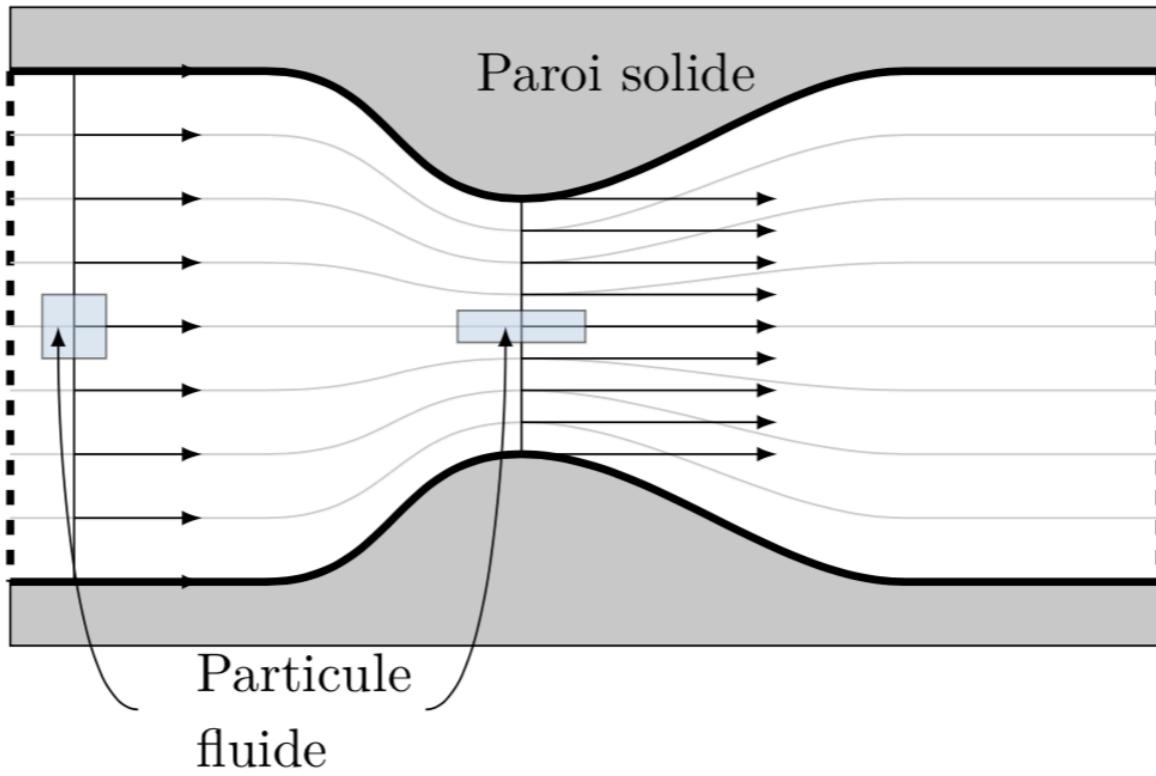
## Écoulement compressible & incompressible

Un écoulement est dit *incompressible*, lorsqu'il conserve le volume des particules fluides qui le traverse. Le champ de vitesse d'un écoulement incompressible vérifie :

$$\forall M \in \mathcal{V}, \text{ div } \vec{v}(M) = 0$$

À l'opposé, un écoulement est dit *compressible*, si son champ de vitesse vérifie :

$$\exists M \in \mathcal{V}, \text{ div } \vec{v}(M) \neq 0$$



$$h|_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \mp \text{Zn}^{\text{na}} \text{C}^{\text{na}}_{\mathfrak{E}^{(g)}} \pm \text{Zn}^{\text{z+}}_k \text{rot } E =$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{j} &= 0 & \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = \frac{d}{\Delta_{\text{vap}}} \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}} \\ \frac{Q}{\lambda_0} (SM)^{\circ} &= \varphi_0^F (E_{\oplus}^{\circ} - \mu_{B_{\oplus}}^{\circ})^{\text{H}_2(\text{g})} = 0 & 130,7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} &= \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^{\circ} \\ \vec{j} &= \gamma \vec{E} & \Delta_r G &= \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{\xi}} \Big|_{P,T} \frac{G^{\text{g}} T^{\text{amb}}}{2 \mu_0} \vec{J}_r H^{\circ} \mu_0 \bar{\varepsilon}_0 \vec{P} \\ & & & - (|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri} \end{aligned}$$

# EXERCICE D'APPLICATION 3

On donne le profil de vitesse en coordonnées cylindriques d'un écoulement de POISEUILLE dans un cylindre d'axe  $Oz$ , de rayon  $R$  et de longueur  $L$  :

$$\vec{v}(r) = \frac{R^2}{4\eta} \frac{\Delta p}{L} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \vec{u}_z$$

1. Faire un schéma de la géométrie dans laquelle s'écoule le fluide,
2. Tracer les lignes de courant de cet écoulement,
3. Tracer le profil de vitesse de cet écoulement en  $z = 0$ ,  $z = \frac{L}{2}$  et  $z = L$ ,
4. Établir si cet écoulement est compressible ou incompressible.

## Données :

En coordonnées cylindriques :  $\operatorname{div} \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial r A_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

$$\begin{aligned}
& h_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \frac{\pi}{p} \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{p} \frac{\text{Cn}^{\text{na}}}{\varepsilon_0^{\text{na}}} \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{k^{\text{na}}} \frac{\text{rot } E}{\text{rot } E} \\
& H(\mathbf{j}\omega) = d \frac{\sum_k b_k^{\text{na}}}{\sum_j K_j^{\text{na}}} \frac{\text{rot } E}{\text{rot } E} \exp \frac{i\omega t}{\tau} \\
& \operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = \frac{d}{\Delta_{\text{vap}}} \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}} \\
& \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{j}{j' - \gamma \vec{E}} = \varphi_0^F \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0^{\text{vap}}} \right) = 0 \\
& \Delta_r G = \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{x}} \frac{G^{\text{vap}}}{2\mu_0} \vec{J}_r H^{\text{vap}} \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\vec{F}}{\partial \vec{x}} \\
& - (|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri}
\end{aligned}$$

# ROTATIONNEL OU IRRIGATIONNEL ?

## Écoulement rotationnel & irrotationnel

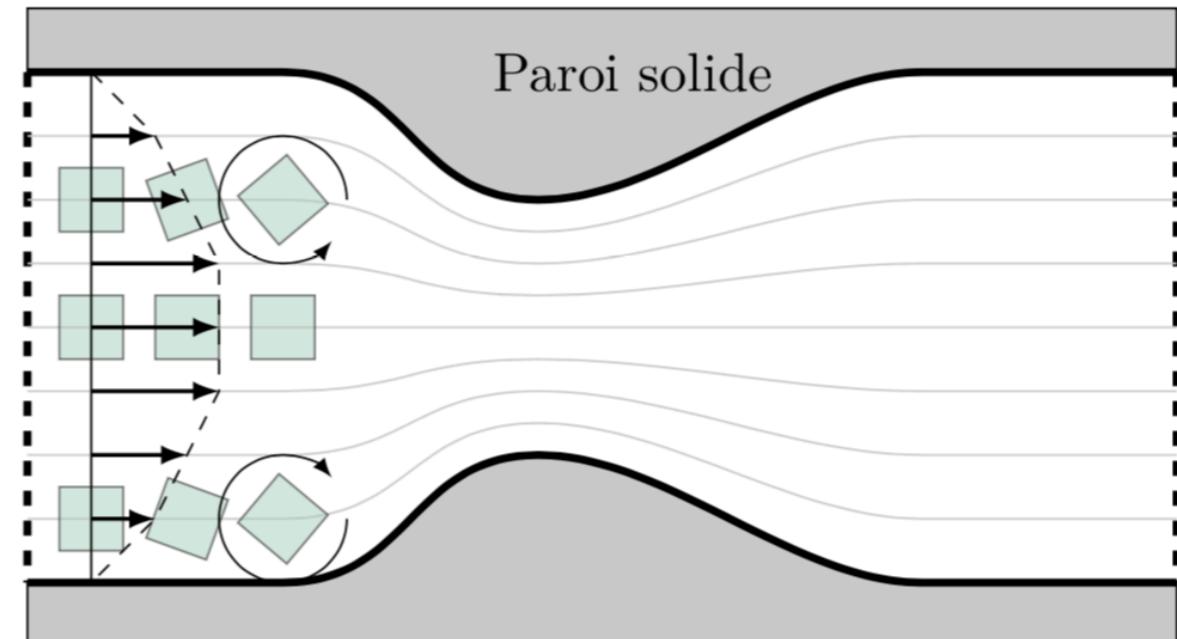
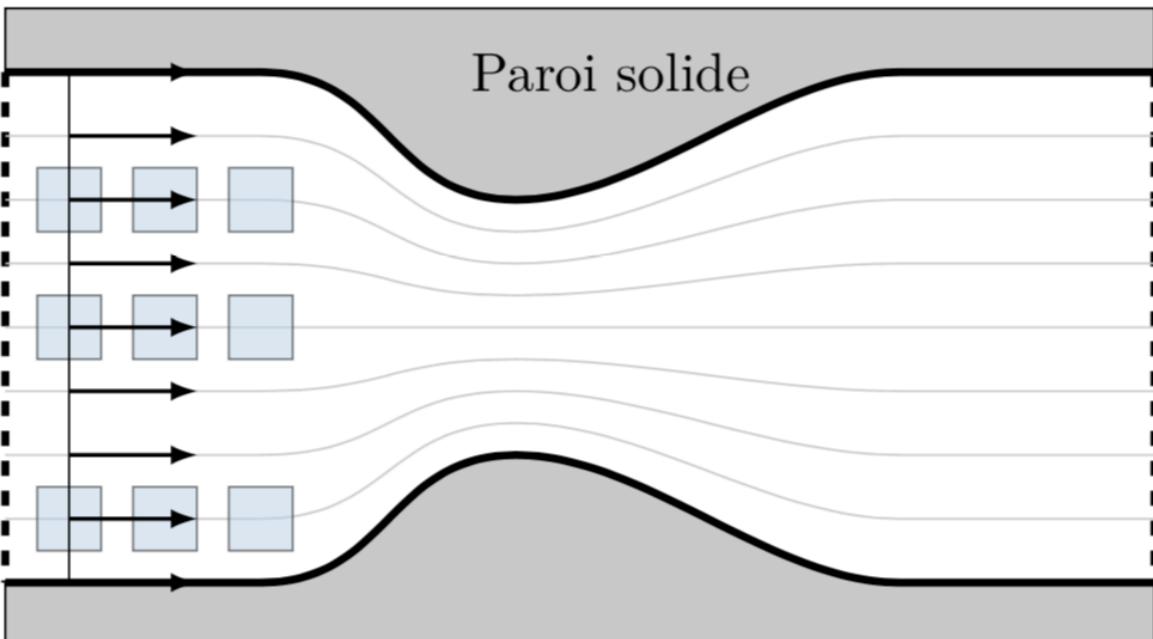
Un écoulement est dit *irrotationnel*, lorsque les particules fluides qui le traverse ne subissent pas de rotation pure. Le champ de vitesse d'un tel écoulement vérifie :

$$\overrightarrow{\text{rot }} \vec{v} = \vec{0}$$

À l'opposé un écoulement dont le champ de vitesse vérifie

$$\overrightarrow{\text{rot }} \vec{v} \neq \vec{0}$$

est dit *rotationnel*. Le vecteur  $\overrightarrow{\text{rot }} \vec{v}$  donne le sens de rotation de la particule fluide.



$$h]_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \mp \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{p} \text{C}^{\text{na}}_{\text{B}^{(g)}} \pm \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{k} \text{rot } E$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{j} &= 0 \\ \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \vec{j} \cdot \vec{E} + \operatorname{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) &= 0 \\ \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \vec{j} \cdot \vec{E} + \varphi_0^F (E_{\oplus}^{\circ})^2 \frac{\mu_0^{\circ}}{B_{\oplus}^{\circ}} &= 0 \\ \lambda_0 \vec{j} &= \gamma \vec{E} \\ \Delta_r G &= \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{\xi}} \frac{\vec{G} \cdot \vec{G}}{2 \mu_0} \vec{\xi} \cdot \vec{H}^{\circ} \mu_0 \bar{\varepsilon}_0 \vec{F} \\ -(|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri} & \end{aligned}$$

# EXERCICE D'APPLICATION 4

On donne le profil de vitesse en coordonnées cylindriques d'un écoulement de type cyclone. On note  $a$  le rayon dit critique, et on plaçant une base de projection cylindrique d'axe vertical  $Oz$ . Le profil de vitesse obéit à :

$$\vec{v}(r, \theta) = \begin{cases} V_0 \frac{r}{a} \vec{u}_\theta, & \forall r \in [0, a] \\ V_0 \frac{a}{r} \vec{u}_\theta, & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Tracer le profil de vitesse de cet écoulement pour  $r \in [0, 2a]$ ,
2. Établir si cet écoulement est rotationnel ou irrotationnel.

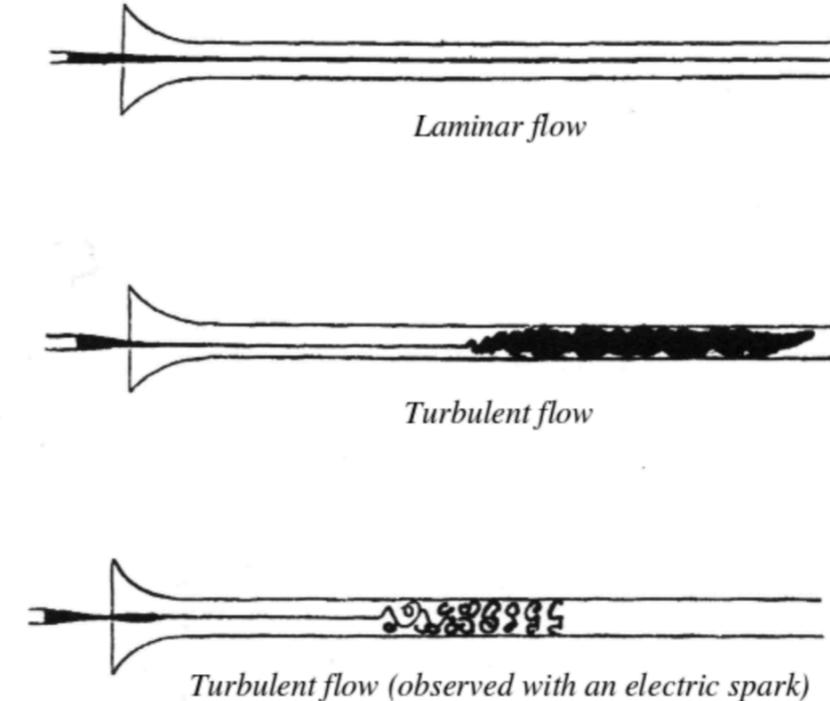
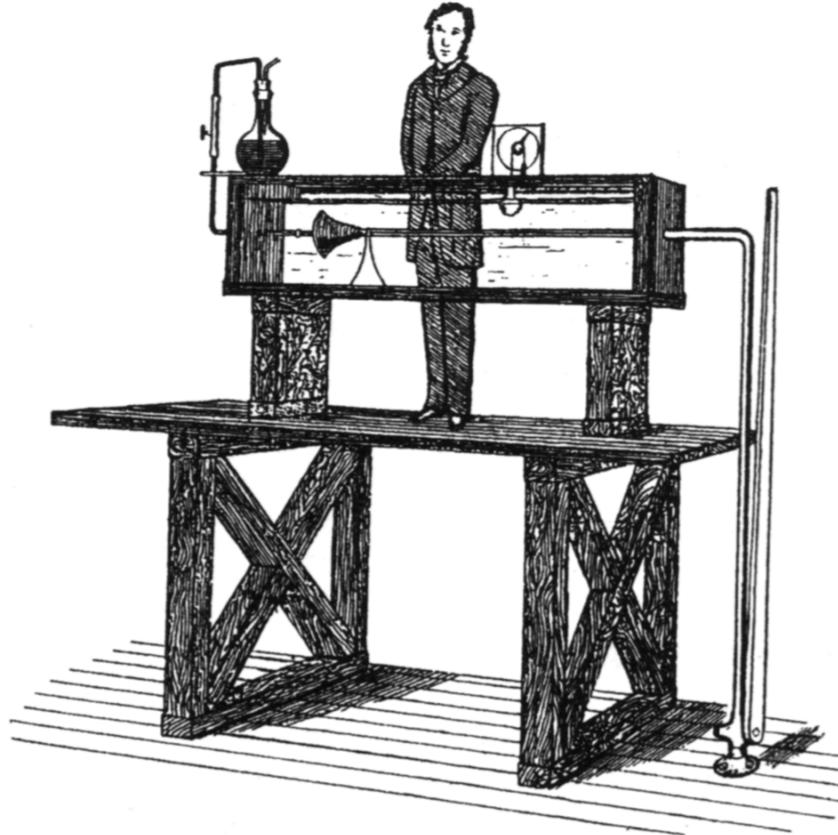
## Données :

En coordonnées cylindriques :  $\operatorname{rot} \vec{A} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{u}_\theta + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial r A_\theta}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{u}_z$

$$h]_c^{\sigma} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{+\infty} \mp \text{Zn}_{(\text{s})}^{\pm} \text{Cg}_{0\pm}^{\pm} \text{Zn}_{\sum_k b_k^{\pm} \zeta_k}^{\mp} \text{rot } E = \\ \underline{H}(\text{j}\omega) = d_{\sum_j \frac{1}{\Delta E_j}}^{\sigma} \exp \left( \frac{i}{\partial \text{rot}} \right)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{\frac{\partial}{\partial x}} &= 0 \\ \frac{\partial \vec{\pi}}{\partial \vec{x}} \cdot \vec{\frac{\partial}{\partial x}} &= \operatorname{div} \left( \vec{\frac{\partial}{\partial x}} \cdot \vec{\frac{\partial}{\partial x}} \right) = 0 \\ \frac{\lambda_0}{\vec{x} = \gamma \vec{E}} &= \Delta_r G = \frac{\overline{\delta \vec{G} \vec{V} \vec{C} \vec{G}^T}_{T \rightarrow a}}{\overline{\delta \mu_0} \overline{\delta H} \overline{\delta \mu_0} \overline{\delta \epsilon}} \end{aligned}$$

# LAMINAIRE OU TURBULENT ?



## Nombre de Reynolds

On appelle nombre de REYNOLDS, le nombre adimensionnel défini par

$$Re = \frac{\mu V_\infty D}{\eta}$$

où  $\mu$  est la masse volumique du fluide,  $\eta$  sa viscosité,  $V_\infty$  sa vitesse caractéristique et  $D$  une longueur caractéristique d'une contrainte sur l'écoulement.

$$\tilde{h|_e} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{aux}} \#_{p \in \tilde{H}(\tilde{s})}^{\text{Cn}^{\text{aux}}} \tilde{\mathcal{E}}^{\theta^{(s)}} \pm \text{Zn}^{\text{aux}}_{k'} \text{rot } E =$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{j} &= 0 & \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = \frac{d}{\Delta_{\text{vap}}} \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}} \\ \frac{Q}{\lambda_0} (SM)^{\circ} &= \varphi_0^{\mathcal{F}(E_{\oplus}^{\circ})} \mu_{P_{\oplus}^{\circ}}^{\circ} (H_{2(g)}^{\circ}) = 0 & 130,7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} &= \Delta_{\text{f}} H_i^{\circ} \\ \vec{j} &= \gamma \vec{E} & \Delta_{\text{r}} G &= \frac{\partial G}{\partial \xi} \Big|_{F,T} \end{aligned}$$

-  $(|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri}$

# EXERCICE D'APPLICATION 5

Conclure sur le caractère laminaire ou turbulent des écoulements suivants :

1. Robinet d'eau ouvert et remplissant une bouteille de 1 L en 10 s ;
2. Bronchiale d'un diamètre de 1 mm traversée par un débit volumique d'air de  $1,5 \times 10^{-3} \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$ .

$$\tilde{h}_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \mp \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{p} \text{C}^{\text{na}}_{\mathfrak{B}^{(g)}} \pm \text{Zn}^{\text{na}}_{k^{\text{na}}} \text{rot } E =$$

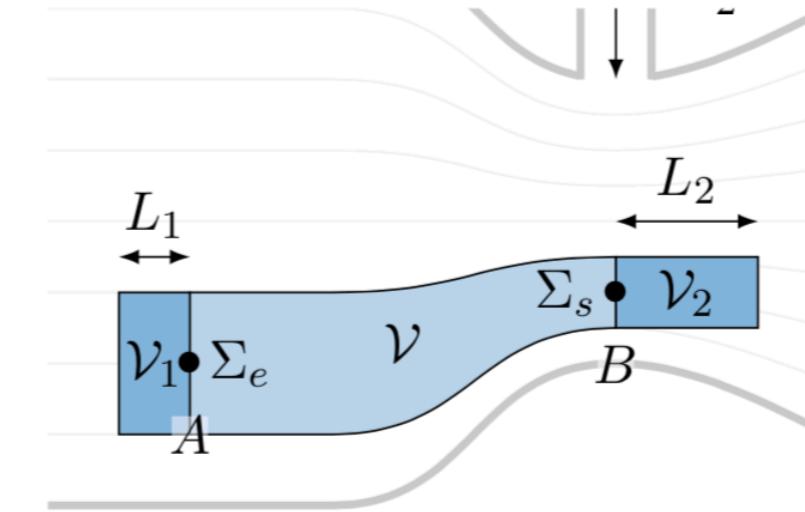
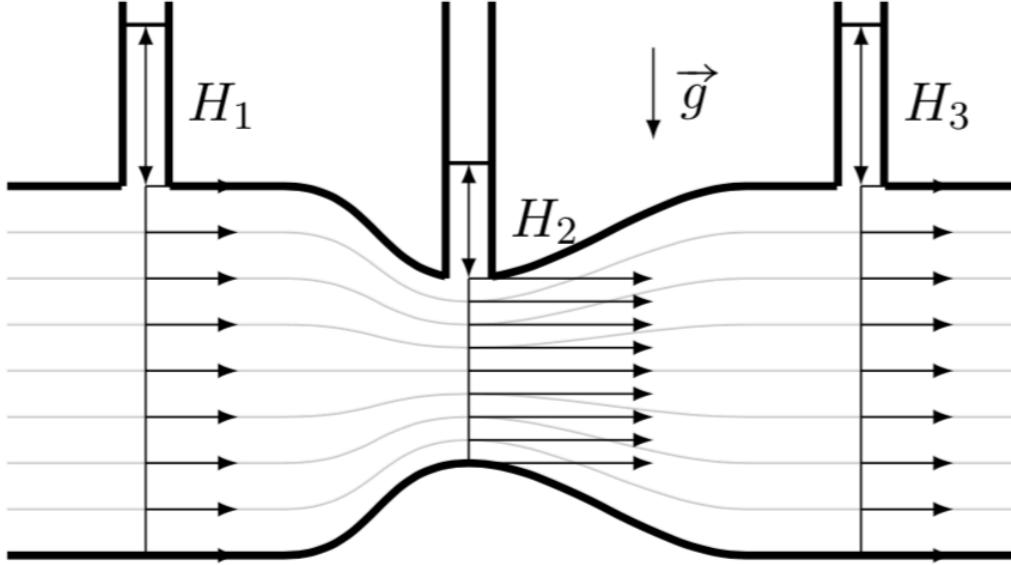
$$\int \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = \frac{d}{\Delta_{\text{vap}} S} \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}}$$

$$\frac{\partial \pi}{\lambda_0} \frac{\partial j}{\partial E} = \varphi_0^F (E_{\oplus}^{\circ}) \frac{\mu_{E_{\oplus}^{\circ}}^{\circ}}{\mu_{E_{\ominus}^{\circ}}^{\circ}} = 0$$

$$\Delta_{\text{r}} G = \frac{\partial G}{\partial \xi} \Big|_{P,T} \frac{\partial G}{\partial T} \Big|_{P,T} \frac{\partial \Delta_{\text{r}} G}{\partial \xi} \Big|_{P,T} = \sum_i \nu_i \Delta_{\text{f}} H_i^{\circ}$$

$$- (|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri}$$

# BILAN ÉNERGÉTIQUE STATIONNAIRE



Dispositif réel et tube de courant isolé par la pensée

$$\begin{aligned} h]_e^{\text{na}} &= \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \mp \text{Zn}^{\text{na}} \text{C}^{\text{na}}_{\text{Zn}} \pm \text{Zn}^{\text{na}} \text{rot } E \\ H(j\omega) &= d \frac{\sum_k b_k^k}{\sum_j K_j^{\text{na}}} \hat{E} = \exp \frac{d}{\partial \lambda} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{j} &= 0 \\ \frac{1}{\lambda_0} \vec{j} \cdot \vec{E} + \operatorname{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) &= 0 \\ \Delta_r G &= \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{\xi}} \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma \omega}{B_r T}} \vec{H} \mu_0 \bar{\varepsilon}_0 \frac{\vec{F}}{\partial} \end{aligned}$$

$$- (|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri}$$

# THÉORÈME ET RELATION DE BERNOULLI

## Théorème de Bernoulli

Un fluide incompressible de masse volumique  $\mu_0$ , parfait, soumis uniquement à la gravité et aux forces de pression, et s'écoulant de manière stationnaire entre deux points  $A$  et  $B$  d'une même ligne de courant, vérifie la relation :

$$\left[ \frac{1}{2} v^2 + gz + \frac{p}{\mu_0} \right]_A^B = 0$$

## Relation de Bernoulli

Un fluide incompressible de masse volumique  $\mu_0$ , parfait, soumis uniquement à la gravité et aux forces de pression, et s'écoulant de manière stationnaire et irrotationnelle, vérifie, sur n'importe quel tube de courant, la relation suivante :

$$\left[ \frac{1}{2} v^2 + gz + \frac{p}{\mu_0} \right]_A^B = 0$$

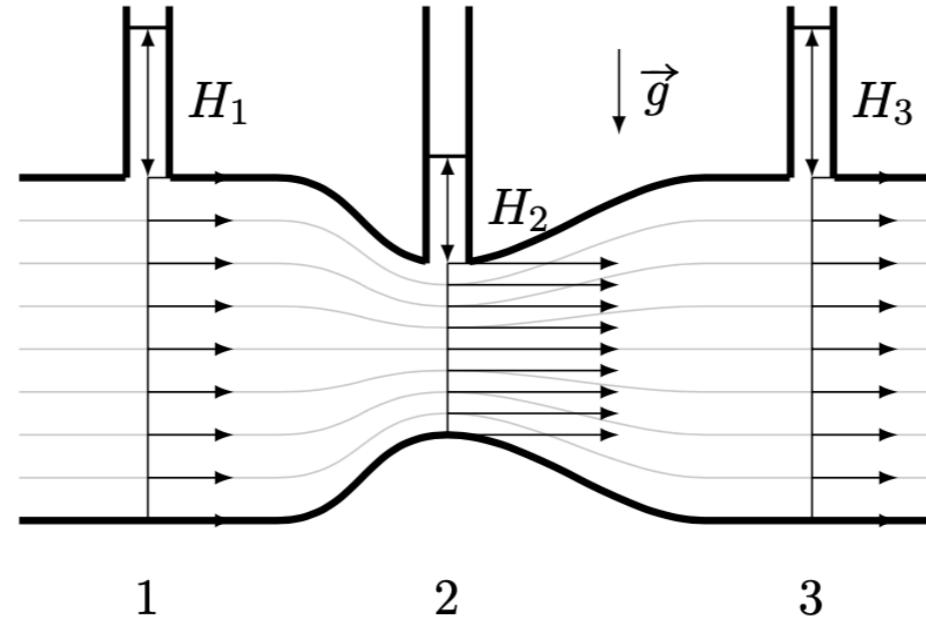
$$h|_e^{\circ} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{+\frac{\alpha}{\sin i - \sin t}} \text{Zn}^{\frac{\beta}{\sin i - \sin t}} \text{Gr}^{\frac{\gamma}{\sin i - \sin t}} \text{C}_6^{\frac{\delta}{\sin i - \sin t}} \text{Zn}^{\frac{\epsilon}{\sin i - \sin t}} \text{rot } E = \\ \underline{H}(\mathbf{j}\omega) = d_{\sum_k b_k \zeta^k} \circ \overrightarrow{\sum_j f_j \zeta^j E} = \exp \frac{i}{\partial t}$$

$$\begin{aligned} \oint\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = \frac{d}{\Delta_{\text{vap}}} \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_{\text{g}}}{\partial \xi} \\ \operatorname{div} \vec{j} &= 0 \\ \frac{1}{\mu} \frac{\partial \vec{j}}{\partial \vec{E}} + \operatorname{div} \vec{E} &+ \operatorname{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0^{\infty} (H_{\text{g}})} \right) = 0 \\ \frac{1}{\lambda_0} (SM)^{\frac{1}{2}} &= \varphi_0^F \left( E_{\oplus}^{\frac{1}{2}} \right) - \varphi_0^F \left( E_{\ominus}^{\frac{1}{2}} \right) \\ \vec{j} = \gamma \vec{E} & \quad \Delta_r G = \frac{1}{\delta \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_{\text{g}}}{\partial \xi} H^{\circ} \mu_0 \bar{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ & \quad \Delta_r G = \frac{1}{\delta \xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_{\text{g}}}{\partial \xi} H^{\circ} \mu_0 \bar{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ & \quad (\eta_{\text{Ox}}(i)) + |\eta_{\text{Ox}}(i)| \mathcal{E} V_{ri} \left[ \frac{1}{2} v^2 + g z + \right] \end{aligned}$$

# EXERCICE D'APPLICATION 5

Soit une conduite horizontale de section  $S$  variable, alimentée en fluide incompressible de masse volumique  $\mu = \mu_0$  par un débit massique  $D_m$ . On suppose que le profil de vitesse dans toute section perpendiculaire à l'axe de la conduite est uniforme, de sorte que la pression est également uniforme sur chaque section.

La conduite a la forme de la figure 7.1.



**Fig. 7.1** – Mesure de débit par effet Venturi

1. Établir l'expression de la pression  $p_i$  qui règne dans la section  $i$  en fonction de  $p_0$ ,  $\mu_0$ ,  $g$  et  $H_i$ .
  2. On note  $\Delta H = H_1 - H_2$ , relier la pression  $p_1$  à  $p_2$ ,  $\Delta H$ ,  $\mu_0$  et  $g$ .
  3. Établir une première expression de  $v_2$  en fonction de  $v_1$  et de  $\Delta H$  et  $g$ .
  4. En déduire une expression du ratio  $\frac{S_1}{S_2}$ .

$$h_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \frac{\pi}{p} \frac{Zn}{\sin i} \frac{z^+}{\sin t} \frac{Zn}{\sin i} \frac{z^+}{\sin t} \text{rot } E =$$

$$\vec{H}(\mathrm{j}\omega) = d \frac{\sum_k b_k^*}{\sum_j K_j} \exp \frac{i\omega}{\tau}$$

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = \frac{d}{\Delta_{\text{vap}}} \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}}$$

$$\frac{2\pi Q}{\lambda_0} \vec{j} \cdot \vec{E} + \operatorname{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_{\text{vap}}^{\infty}} \right) = 0$$

$$\Delta_r G = \frac{\partial G}{\partial \xi} \Big|_{P,T} \frac{G^{\infty}_{T,\text{vap}} - G}{2\mu_0} \vec{J}_r H^{\circ} \mu_0 \varepsilon_0 \frac{P}{\partial}$$

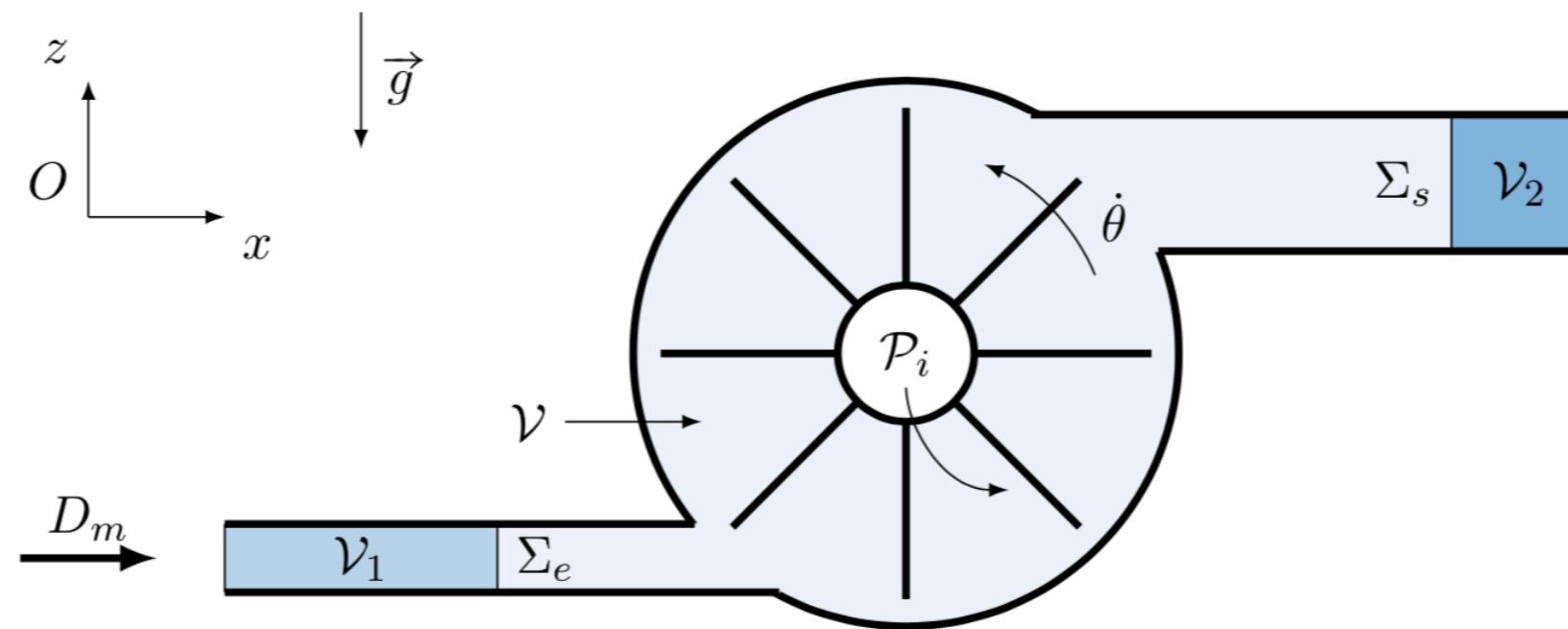
$$- (|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri}$$

# DÉPLACER UN FLUIDE

## Travail et puissance indiquée

On appelle *puissance indiquée*, notée  $\mathcal{P}_i$  et exprimée en [W], la puissance mécanique apportée par un ensemble de parois mobiles à un fluide en écoulement.

On appelle *travail indiqué*, notée  $w_i$  et exprimée en [ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ], le travail mécanique massique apporté par un ensemble de parois mobiles à un fluide en écoulement.



$$h]_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na} \mp \frac{1}{p}} \text{Zn}^{\text{na} \mp \frac{1}{p}} \text{C}^{\text{na} \mp \frac{1}{p}} \text{O}^{\text{na} \mp \frac{1}{p}} \text{S}^{\text{na} \mp \frac{1}{p}} \text{rot } E$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{j} &= 0 \\ \frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{j} \cdot \vec{E} &+ \operatorname{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_{\text{vap}}^{\circ} (\text{H}_2(\text{g}))} \right) &= 0 \\ \vec{j} &= \gamma \vec{E} \\ \Delta_{\text{r}} G &= \frac{\partial G}{\partial \xi} \Big|_{P,T} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} \\ \Delta_{\text{vap}} S &= \frac{\Delta_{\text{vap}} H}{T_{\text{vap}}} \\ \varphi^{\mathcal{F}}(SM^{\circ}) &= \varphi^{\mathcal{F}}(E_{\oplus}^{\circ} \mu_{\text{vap}}^{\circ} (\text{H}_2(\text{g}))) \\ \Delta_{\text{r}} H^{\circ} &= \sum_i \nu_i \Delta_{\text{f}} H_i^{\circ} \\ -(|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri} & \end{aligned}$$

# RELATION DE BERNOULLI GÉNÉRALISÉE

## Relation de Bernoulli généralisée

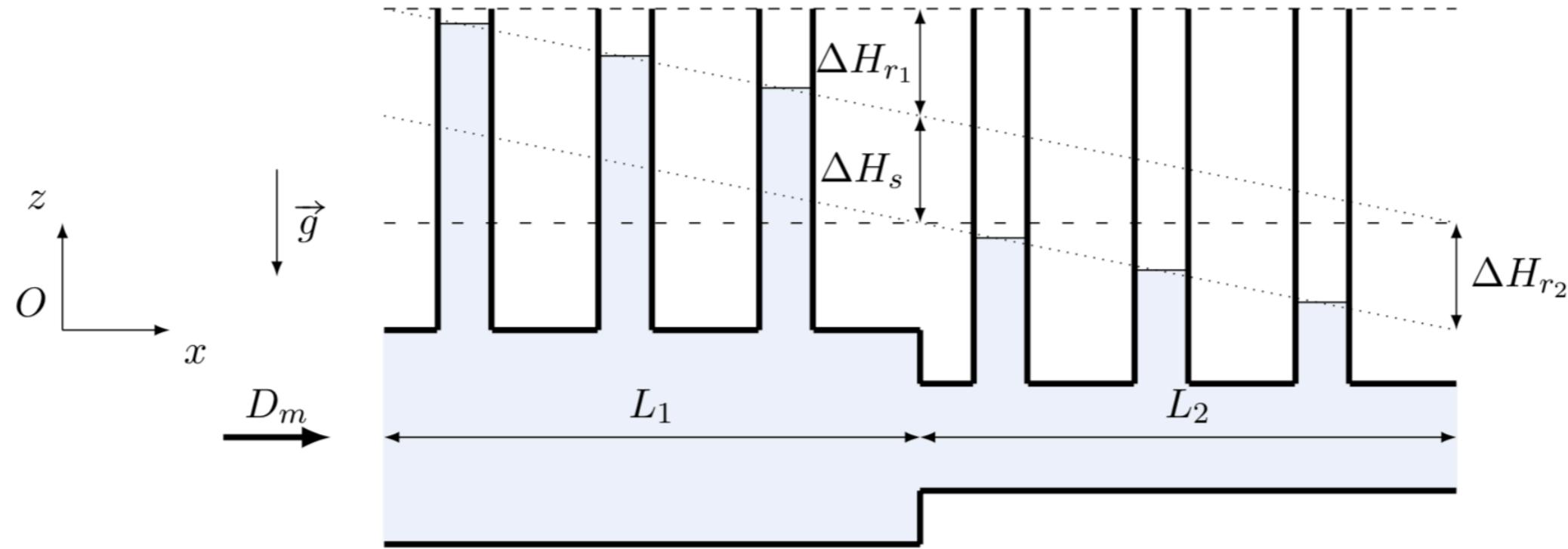
Un fluide incompressible de masse volumique  $\mu_0$ , soumis à la gravité, aux forces visqueuses et de pression et à un apport de puissance indiquée  $\mathcal{P}_i$ , et s'écoulant de manière stationnaire et irrotationnelle, vérifie la relation suivante :

$$D_m \left[ \frac{1}{2} v^2 + gz + \frac{p}{\mu_0} \right]_{\nu_1}^{\nu_2} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\eta}$$

$$\begin{aligned}
& h_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \cdot \text{Cu}^{\text{na}} \cdot \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{p} \cdot \frac{\text{C}^{\text{na}}}{\sum_k b_k^{\text{na}}} \cdot \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{k} \cdot \text{rot } E \\
& H(j\omega) = d \frac{\sum_k b_k^{\text{na}}}{\sum_j K_j^{\text{na}}} \cdot \frac{z}{E} = \exp \left( \frac{j\omega}{\mu_0 \rho} \right) \\
& \operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = \frac{d}{\Delta_{\text{vap}} S} \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}} \\
& \frac{2\pi Q}{\lambda_0} \vec{j} \cdot \vec{E} + \operatorname{div} \left( \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_{\text{rel}}^{\infty} (B_{\text{ext}})} \right) = 0 \\
& \Delta_r G = \frac{\partial \Delta G}{\partial \xi} \Big|_{P,T} \xrightarrow{\Delta G = 2\mu_0} \Delta_r H_i^{\circ} = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^{\circ} \\
& - (|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri}
\end{aligned}$$

# NOTION DE PERTE DE CHARGE

|



Pertes de charge régulières et singulières dans une conduite

$$\begin{aligned}
& h_{e_{\lambda_0}}^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \frac{\text{C}^{\text{na}}}{p} \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{(\text{Zn}^{\text{na}})^{\text{C}^{\text{na}}}} \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{\sum_k b_k^{\text{na}}} \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{\sum_k b_k^{\text{na}}} \text{rot } E = \\
& \vec{H}(\omega) = d \frac{\sum_k b_k^{\text{na}}}{\sum_j K_j^{\text{na}}} \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{\sum_k b_k^{\text{na}}} \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{\sum_k b_k^{\text{na}}} \exp \frac{\text{Zn}^{\text{na}}}{\partial \vec{E}} \\
& \text{div } \vec{j} = 0 \quad \oint \vec{S} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} H_{\text{ALI}} = \frac{d}{\Delta_{\text{vap}} S} \frac{\mu_0}{T_{\text{vap}}} \\
& \frac{Q}{\lambda_0} (SM)^{\circ} = \varphi_0^{\mathcal{F}(E_{\oplus})} \frac{\mu_0^{\circ}}{B_{\oplus}^{\circ}} = 0 \\
& \vec{j} = \gamma \vec{E} \quad \Delta_r G = \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{\xi}} \frac{G^{\circ} T_{\text{amb}}}{2 \mu_0} \vec{\xi} \cdot \vec{H}^{\circ} \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\vec{P}}{\partial \vec{\xi}} \\
& - (|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri}
\end{aligned}$$

# NOTION DE PERTE DE CHARGE

2

## Perte de charge régulière

On appelle *perte de charge régulière*, exprimée en [Pa] la chute de pression due à un écoulement le long d'une conduite. On l'exprime généralement selon :

$$\mathcal{P}_{\eta, \text{reg}} = D_m \frac{\Delta p^*}{\mu_0} < 0 \text{ avec } \Delta p^* = -\alpha \frac{\mu_0 v^2}{2} < 0$$

Avec  $\alpha$  une constante empirique dépendant, entre autres, des dimensions de la conduite.

## Perte de charge singulière

On appelle *perte de charge singulière*, exprimée en [Pa] la chute de pression due à toute singularité dans l'écoulement (coude, restriction de section...). On l'exprime généralement selon :

$$\mathcal{P}_{\eta, \text{sing}} = D_m \frac{\Delta p^*}{\mu_0} < 0 \text{ avec } \Delta p^* = -\beta \frac{\mu_0 v^2}{2} < 0$$

Avec  $\beta$  une constante empirique sans dimension qui dépend de la forme de la singularité.

$$h_e^{\text{na}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{\text{th}} \text{Cu}^{\text{na}} \frac{\pi}{p} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Zn_k^{\text{na}}}{\sum_k b_k^{\text{na}}} \frac{Zn_k^{\text{na}}}{\sum_k b_k^{\text{na}}} \text{rot } E$$

$$\vec{H}(j\omega) = d \sum_j \frac{K \Delta E}{\sum_j K \Delta E} \exp(j\omega)$$

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0$$

$$\oint \vec{S} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}} H_{\text{ALI}}}{\varepsilon_0} = \frac{d \mu_0}{\Delta_{\text{vap}} S}$$

$$\frac{2\pi Q}{\lambda_0} \vec{j} \cdot \vec{E} + \operatorname{div} \left( \vec{E} \wedge \vec{B} \right) = 0$$

$$\varphi_0^F(E_{\oplus}) \mu_{E_{\oplus}}^{\text{so}}(H_{2(\text{g})}) = 0$$

$$\Delta_r H^{\circ} = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^{\circ}$$

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

$$\Delta_r G = \frac{\partial \Delta E}{\partial \xi} \frac{G^{\text{so}} T_{\text{amb}}}{2 \mu_0} \vec{j} \cdot \vec{H} \mu_0 \varepsilon_0 \vec{F}$$

$$- (|\eta_{\text{ox}}(i)| + |\eta_{\text{red}}(i)|) \mathcal{E} V_{ri}$$

# NOTION DE PERTE DE CHARGE

3

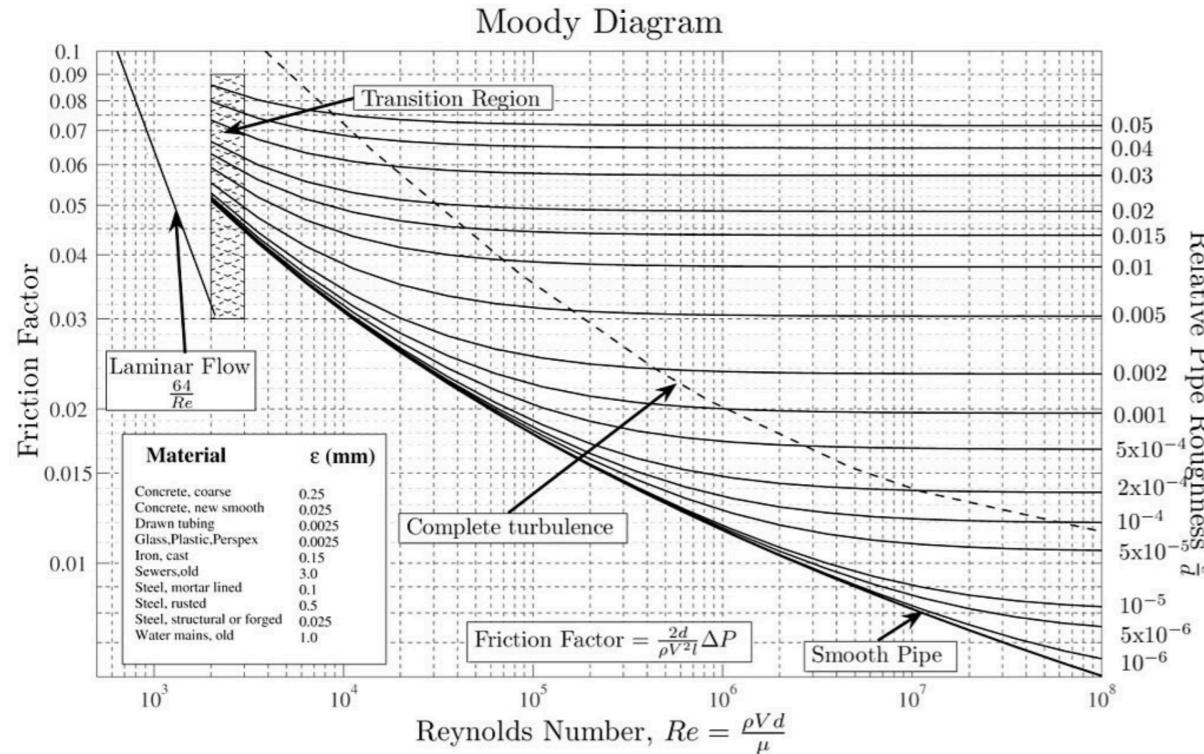


Diagramme de Moody

340

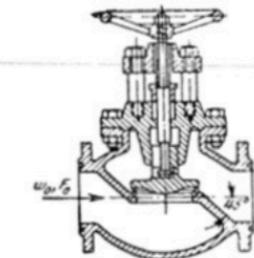
MÉMENTO DES PERTES DE CHARGE

Robinet à soupape normalisé avec cloisons de séparation

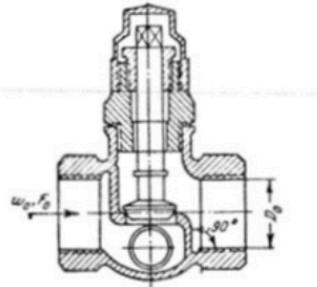
Chapitre IX  
Diagramme 9.6

$$\xi = \frac{\Delta H}{\frac{\gamma w_0^2}{2g}}$$

d'après la courbe  $\xi = f(D_0)$



1. Cloisons de séparation sous un angle de 45°



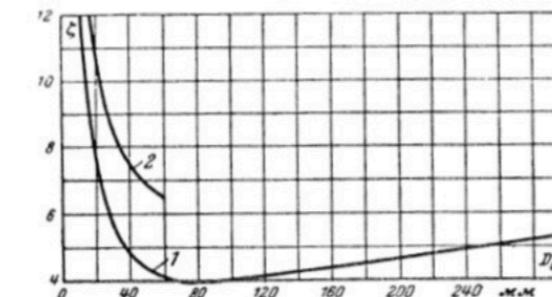
2. Cloisons de séparation verticales

1. Cloisons de séparation sous un angle de 45°

$D_0, \text{ mm}$	$\xi$
13	10,8
20	8,00
40	4,90
80	4,00
100	4,10
150	4,40
200	4,70
250	5,10
300	5,40
350	5,50

2. Cloisons de séparation verticales

$D_0, \text{ mm}$	$\xi$
13	15,9
20	10,5
25	9,30
30	8,60
40	7,60
50	6,90



Mémento d'Idelcik