

PT PHYSIQUE

THERMO 5

Diffusion thermique



OBJECTIFS DU CHAPITRE

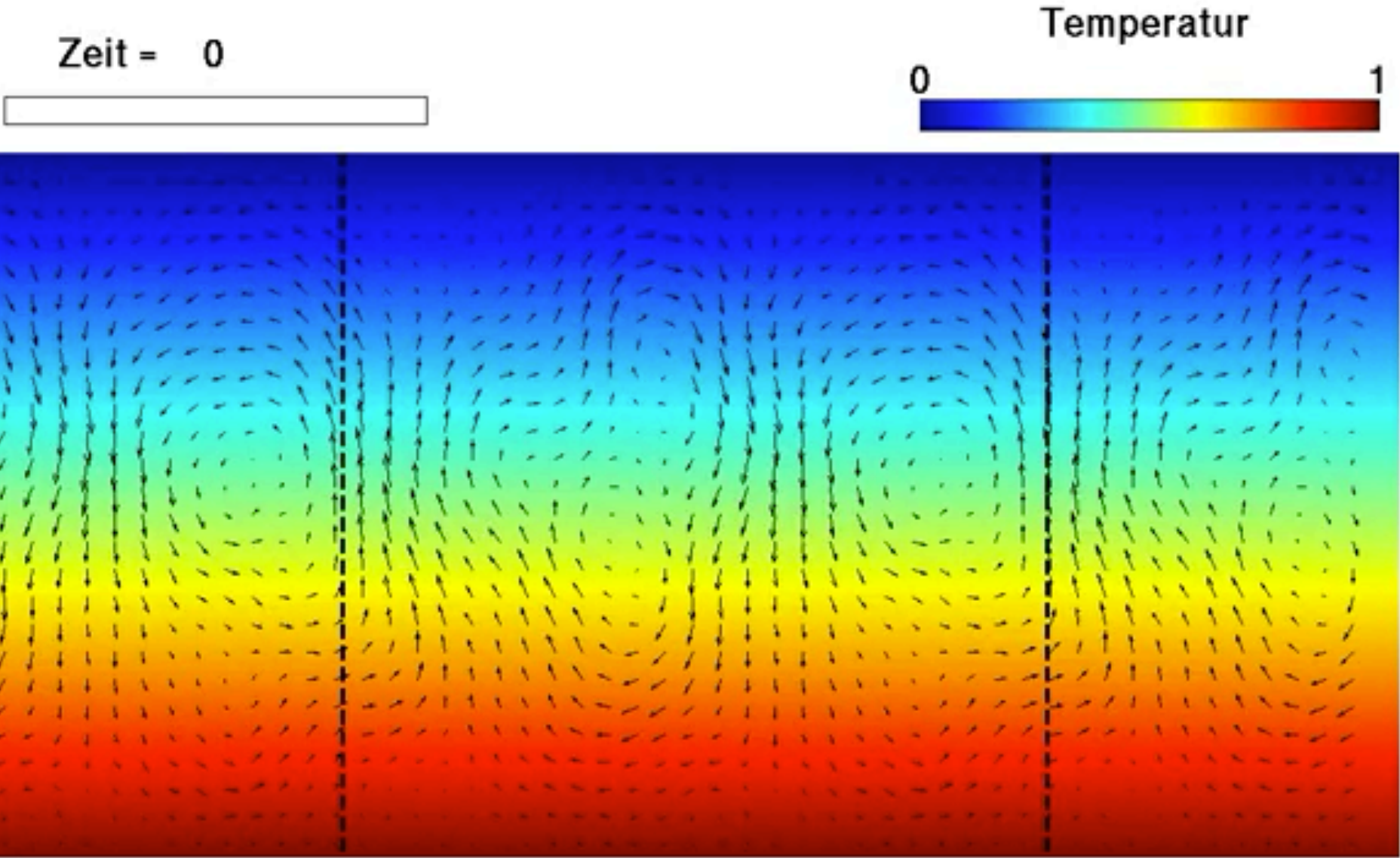
- À la fin de ce chapitre, vous devez être capable de :
 - décomposer un système macroscopique en un ensemble de *sous-systèmes mésoscopiques* à l'équilibre *thermodynamique local* ;
 - exprimer la puissance thermique reçue par une surface grâce à un *vecteur densité de flux thermique local* et exploiter la *loi de Fourier* qui lui est associée ;
 - établir l'équation de la chaleur unidimensionnelle en coordonnées cartésienne, cylindrique et sphérique ;
 - établir le *temps caractéristique de diffusion* du système macroscopique étudié ;
 - étudier le régime permanent de diffusion thermique et notamment en déduire le *profil de température* ou la *résistance thermique* du système macroscopique ;
 - utiliser la *loi de Newton* fournie pour traiter les *phénomènes conducto-convectifs* ;
 - utiliser des associations série et parallèle de résistances thermiques pour étudier un problème donné.

$$\begin{aligned}
 n]_e^{\frac{na}{\lambda_0}} &= \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{th} \\
 \frac{Cu^{2+} + Zn^{2+}}{p} &\in \mathbb{R} \\
 H(j\omega) &= d_{\sum_j \frac{b_j}{j}} \frac{\exp(j\omega)}{K_{\Delta E}} \\
 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \\
 \Delta_{vap} s &= \frac{\Delta_{vap} h}{T_{vap}} \\
 \Delta_r G &= \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ \\
 \frac{1}{2} v^2 + gz &+
 \end{aligned}$$

DIFFUSION ET CONVECTION NATURELLE

RAYLEIGH-BENARD-KONVEKTION

H = 500, L = 500



$$h]_{\frac{na}{\lambda_0}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{th} \quad \text{Cu}^{2+} + \text{Zn}^{2+} \rightleftharpoons \text{Cu(s)} + \text{Zn(s)} \quad \text{rot } E =$$

$$\frac{H(j\omega)}{H(j\omega)} = d_{\sum_j} \frac{b_j}{\omega_j} \exp\left\{ \frac{1}{\omega_j} \right\}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \quad \Delta_{vap} = \frac{\mu_0}{T_{vap}} \quad \Delta_{vap} = \frac{\mu_0}{T_{vap}}$$

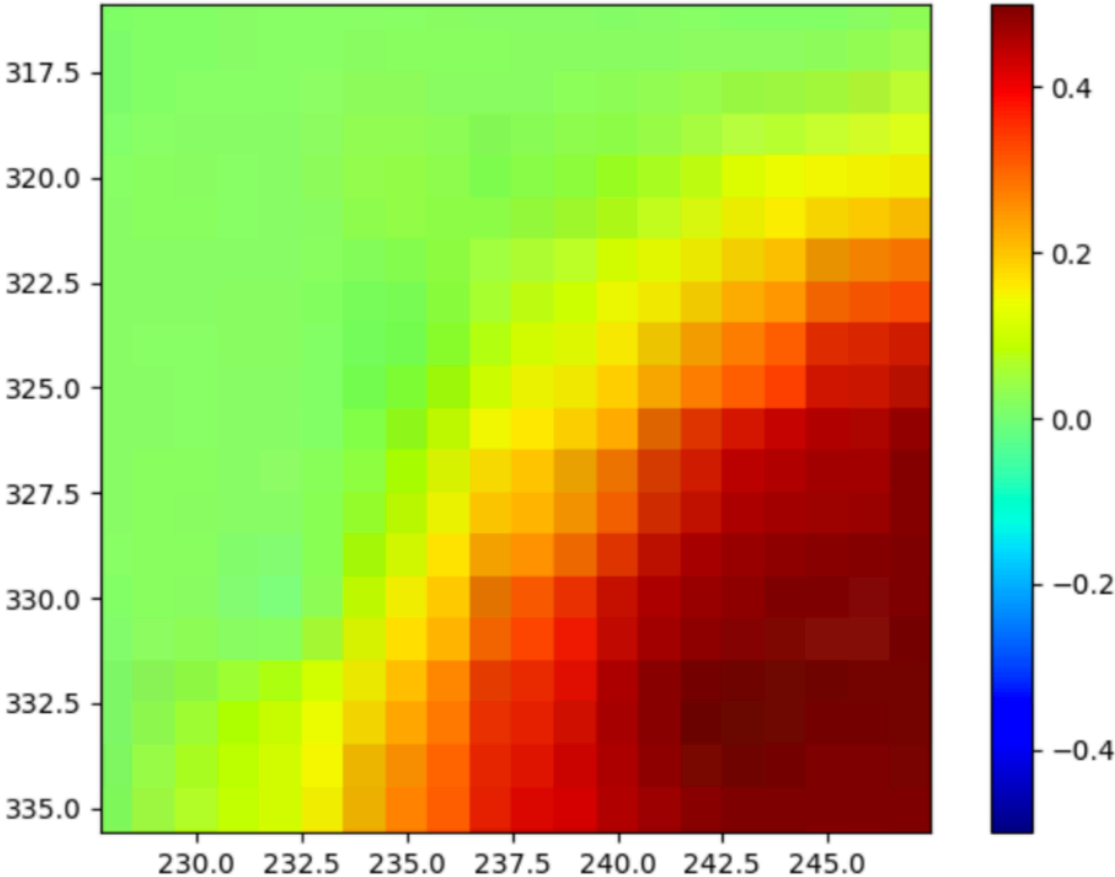
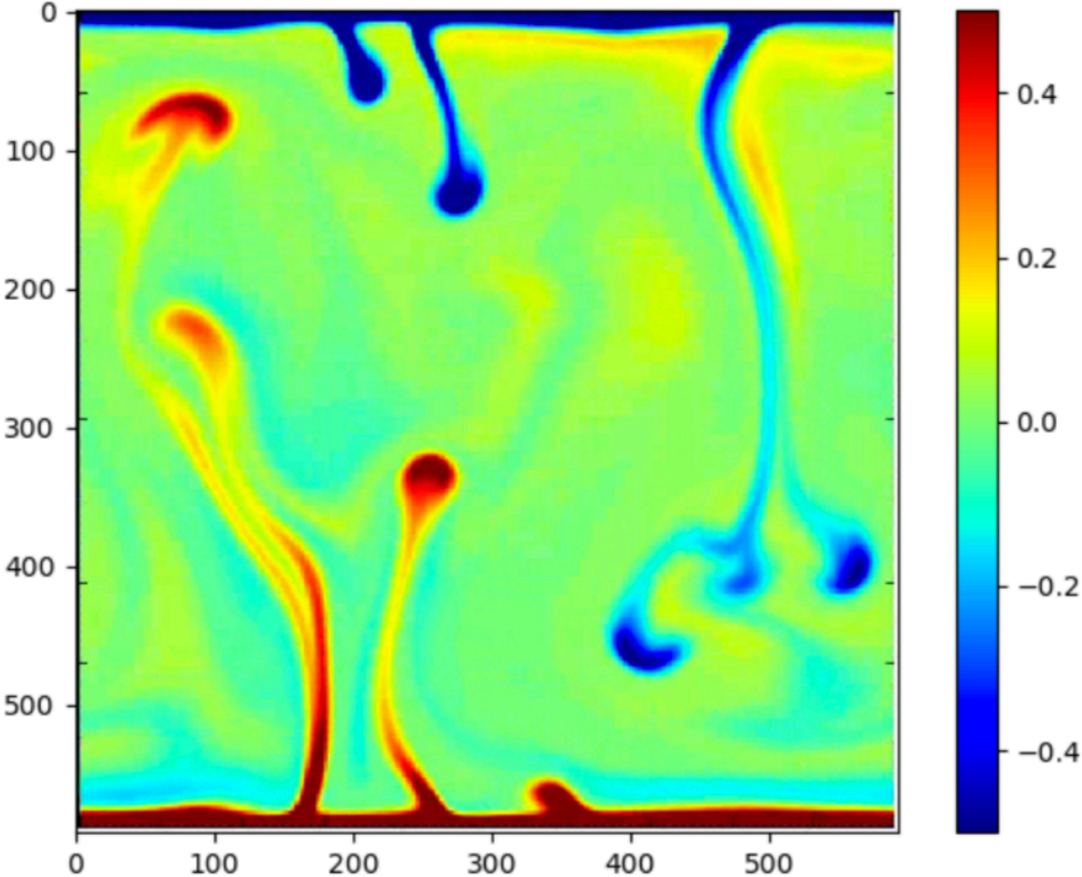
$$\text{div } \vec{A} = 0 \quad \text{div } \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0 \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ$$

$$\frac{1}{T} \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_P = -S \quad \frac{1}{T} \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_P = -S \quad \frac{1}{T} \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_P = -S$$

$$\lambda_0 \quad \Delta_r G = \Delta_r G^\circ + RT \ln Q \quad \Delta_r G = \Delta_r G^\circ + RT \ln Q$$

$$\frac{1}{2} v^2 + gz + \dots$$

ÉQUILIBRE THERMODYNAMIQUE LOCAL

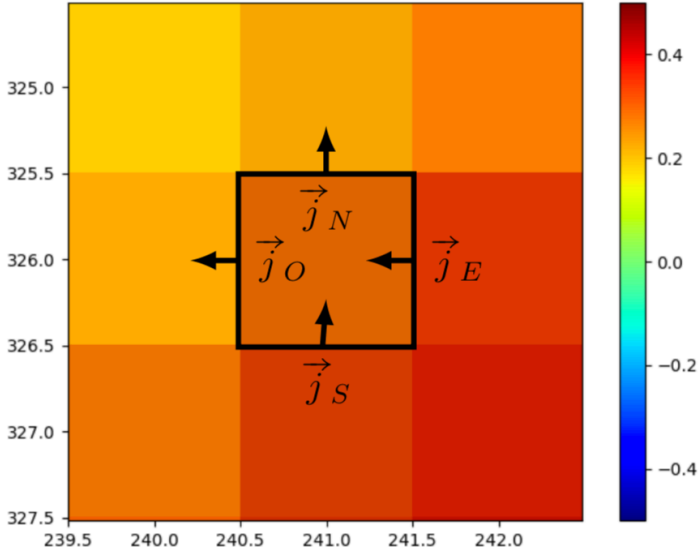
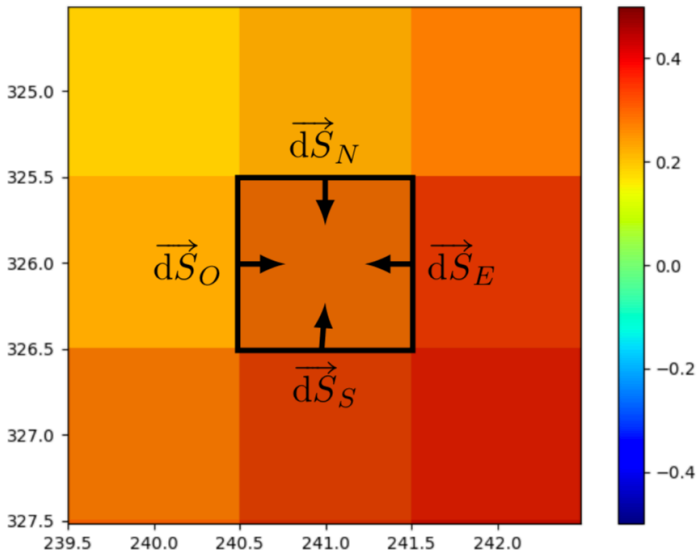
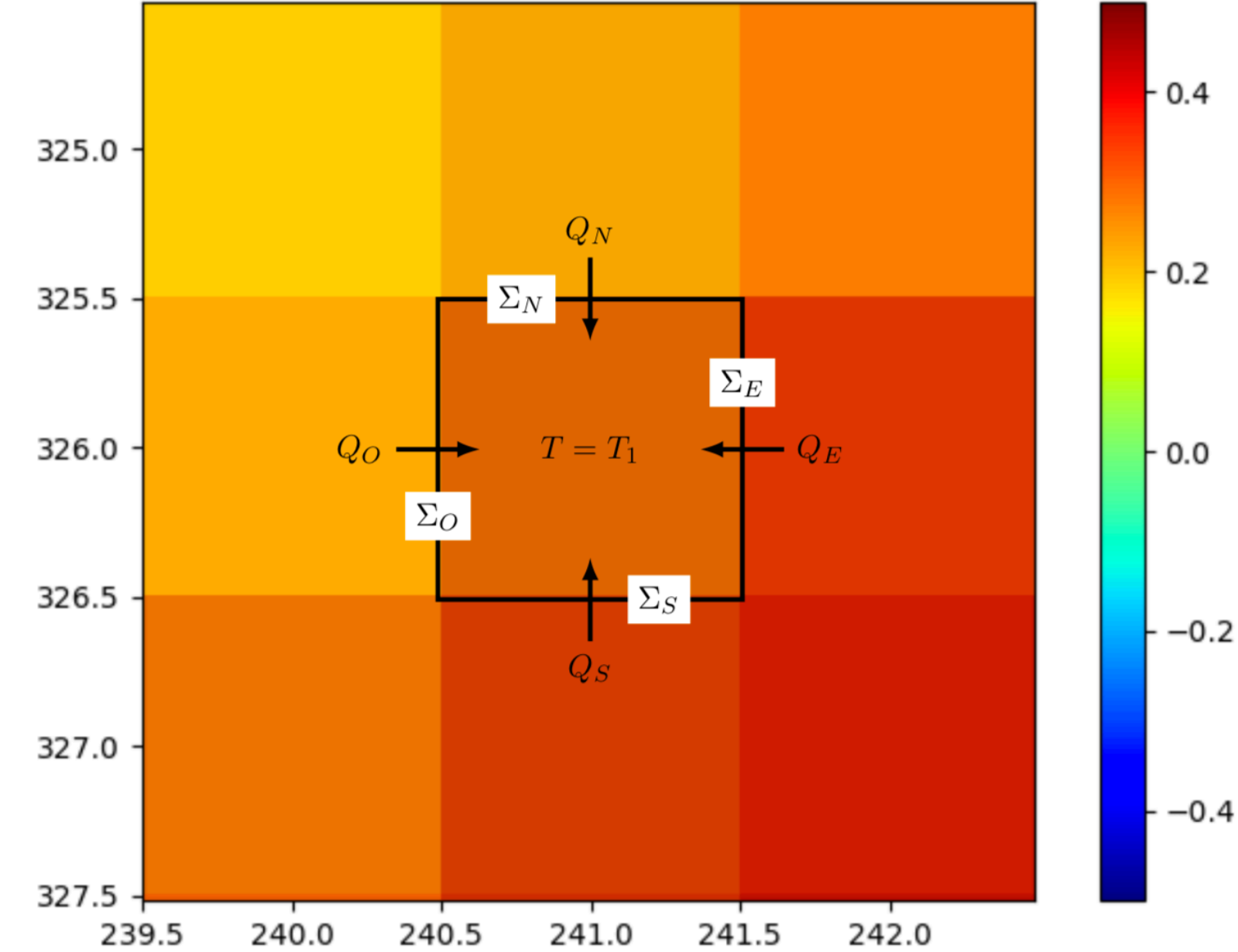


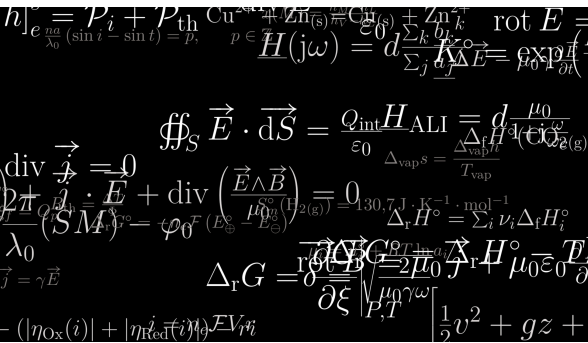
Équilibre thermodynamique local

On appelle *équilibre thermodynamique local* (ETL), un équilibre thermodynamique réalisé à l'échelle mésoscopique, sans pour autant être réalisé à l'échelle macroscopique. Cette condition est nécessaire pour appliquer localement les principes de la thermodynamique.

$$\begin{aligned}
 n]_{\frac{na}{\lambda_0}} &= \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{th} \\
 \frac{Cu^{+2} + Zn^{+2}}{p} &\in \frac{H(j\omega)}{d_{\sum_j \frac{b_j}{\omega_j}} \exp(i)} \text{rot } E = \\
 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} H_{ALI} = \frac{d}{dt} \frac{\mu_0}{\Delta_{vap}} \frac{1}{T_{vap}} \\
 \text{div } \vec{A} &= 0 \\
 2\pi \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} &= \oint_C \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) \cdot d\vec{l} = 0 \\
 \frac{\lambda_0}{j} &= \gamma \vec{E} \\
 \Delta_r G &= \Delta_r G^\circ + RT \ln Q \\
 \frac{\partial}{\partial \xi} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega} &= \frac{1}{2} v^2 + gz +
 \end{aligned}$$

FLUX THERMIQUE LOCAL





VECTEUR DENSITÉ DE FLUX THERMIQUE ET LOI DE FOURIER

Vecteur densité de flux thermique

On appelle *vecteur densité de flux thermique*, le vecteur \vec{j}_ϕ , exprimé en Wm^{-2} , et défini par :

$$\delta \mathcal{P} = \delta \phi = \vec{j}_\phi \cdot \vec{dS}$$

où $\delta \mathcal{P}$ est la *puissance thermique élémentaire*, appelée *flux thermique élémentaire* et souvent notée $\delta \phi$, échangée à travers la surface élémentaire orientée \vec{dS} .

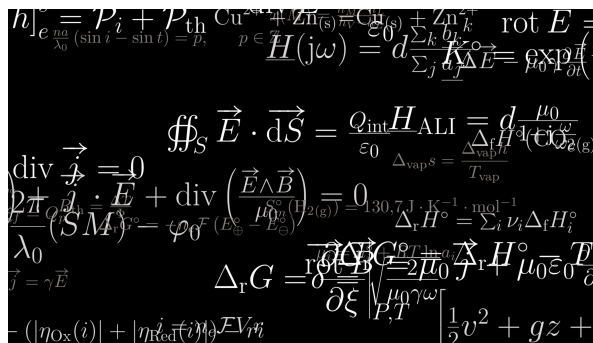
Loi empirique de Fourier

Dans un milieu homogène et isotrope, et pour de faibles gradients de température, le vecteur densité de flux thermique \vec{j}_ϕ , s'exprime selon :

$$\vec{j}_\phi = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$$

où λ est le coefficient de conductivité thermique qui s'exprime en $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

	Cuivre	Fer	Béton – verre	Air
$\lambda \text{ (W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)}$	400	40	1	3×10^{-2}



BILAN ENTHALPIQUE & ÉQUATION DE LA CHALEUR

Bilan de flux thermique

Soit un milieu homogène et isotrope, à l'équilibre thermodynamique local, et sans terme source. La température locale de ce milieu est liée au vecteur densité de flux thermique par la relation :

$$\mu c \frac{\partial T}{\partial t} = -\operatorname{div}(\vec{j}_\phi)$$

où μ est la masse volumique et c la capacité thermique massique du milieu.

Équation de la chaleur sans terme source

Soit un milieu homogène et isotrope, à l'équilibre thermodynamique local, et sans terme source, dont le vecteur densité de flux thermique suit la loi de FOURIER. La température locale de ce milieu obéit à l'équation de la chaleur :

$$\mu c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T$$

où μ est la masse volumique, c la capacité thermique massique, λ la conductivité thermique du milieu étudié.

EXERCICE D'APPLICATION I

$$h_e = p_i + p_{th} \quad \text{Cu}^{2+} + \text{Zn}^{2+} \rightleftharpoons \text{Cu}^{+} + \text{Zn}^{+} \quad \text{rot } E =$$

$$H(j\omega) = d \frac{\sum_k b_k z^{-k}}{\sum_j a_j z^{-j}} \quad \exp \left(\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \right)$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \quad \Delta_{vap} = \frac{\mu_0}{T_{vap}} \quad \Delta_{vap} = \frac{\mu_0}{T_{vap}}$$

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad \text{div } \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0 \quad \Delta_r H^0 = \sum_i \nu_i \Delta_r H_i^0$$

$$\frac{2\pi}{\epsilon_0} \frac{q}{r} = \frac{2\pi}{\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad \Delta_r G = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial G}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial G}{\partial r} \right)$$

$$\lambda_0 = \frac{1}{\gamma} \quad \Delta_r G = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial G}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial G}{\partial r} \right)$$

$$-(|\eta_{ox}(i)| + |\eta_{red}(i)|) \mathcal{F} V_i$$

$$\frac{1}{2} v^2 + gz +$$

Soit une canalisation horizontale de longueur infinie, de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2 séparant un milieu intérieur de température constante T_1 du milieu extérieur à $T_2 < T_1$. Cette canalisation a une conductivité thermique λ , une capacité thermique massique c_p et une masse volumique μ .



Fig. 7.1 – Canalisation horizontale en coupe axiale et radiale

1. Représenter sur un schéma le vecteur densité de flux thermique.
2. À l'aide d'un bilan enthalpique sur un petit élément de canalisation d'épaisseur infinitésimale, établir l'équation de la chaleur dans le mur.
3. Comment se simplifie-t-elle en régime permanent ?

$$h]_e^{\frac{na}{\lambda_0}(\sin i - \sin t)} = p, \quad p \in \frac{\text{Cu}^{+2} + \text{Zn}^{+2}}{\text{H}(\text{j}\omega)} = d_{\sum_j \frac{b_j}{\omega_j}} \text{rot } E = \exp\left(\frac{\Delta_{\text{vap}}}{T_{\text{vap}}}\right)$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{\Delta_{\text{vap}}}{T_{\text{vap}}} = \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \frac{\omega}{c}$$

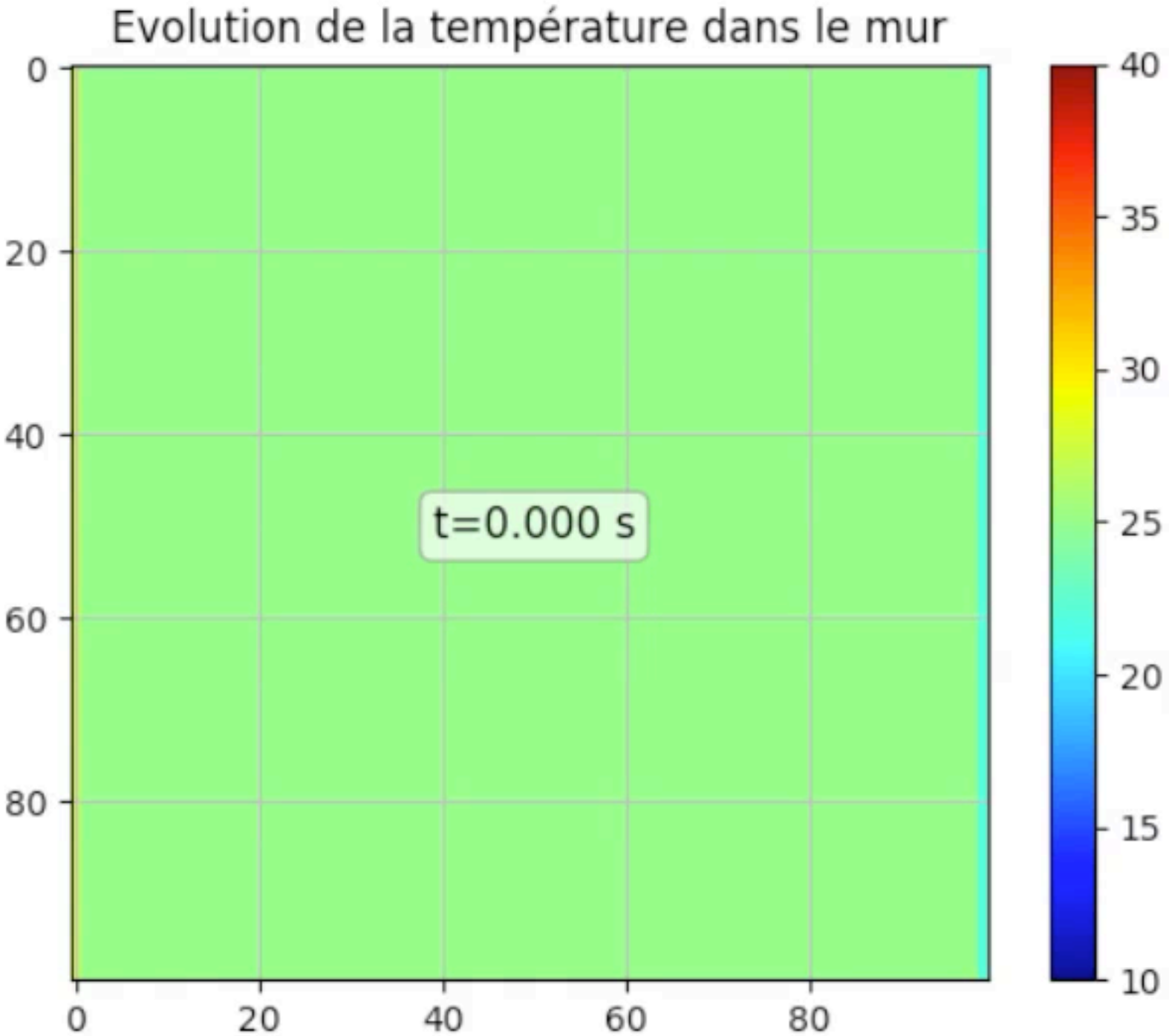
$$\text{div } \vec{A} = 0, \quad 2\pi \oint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \text{div} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0, \quad 430.7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\frac{\lambda_0}{L} (SM) = \varphi_0^{\frac{1}{2}} (E_{\text{S}}^{\frac{1}{2}} \mu_{\text{S}}^{\frac{1}{2}}) = 130.7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}, \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ$$

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad \Delta_r G = \frac{RT}{\partial \xi} \sqrt{\mu_0 \gamma \omega} \left| \frac{1}{2} v^2 + gz + \right.$$

$$+ (|\eta_{\text{Ox}}(i)| + |\eta_{\text{Red}}(i)|) \mathcal{E} V_i$$

TEMPS CARACTÉRISTIQUE DE DIFFUSION THERMIQUE



$$h]_e^{\frac{na}{\lambda_0}(\sin i - \sin t) = p, \quad p \in \frac{Cu^{2+} + Zn^{2+}}{H(j\omega)} = d \frac{\sum_k b_k}{\sum_j a_j} K \Delta E = \exp \left(\frac{\Delta G}{RT} \right)$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{\Delta_{vap} H}{T_{vap}}$$

$$\text{div} \vec{A} = 0 \quad \nabla \cdot \vec{E} + \text{div} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{c} \right) = 0$$

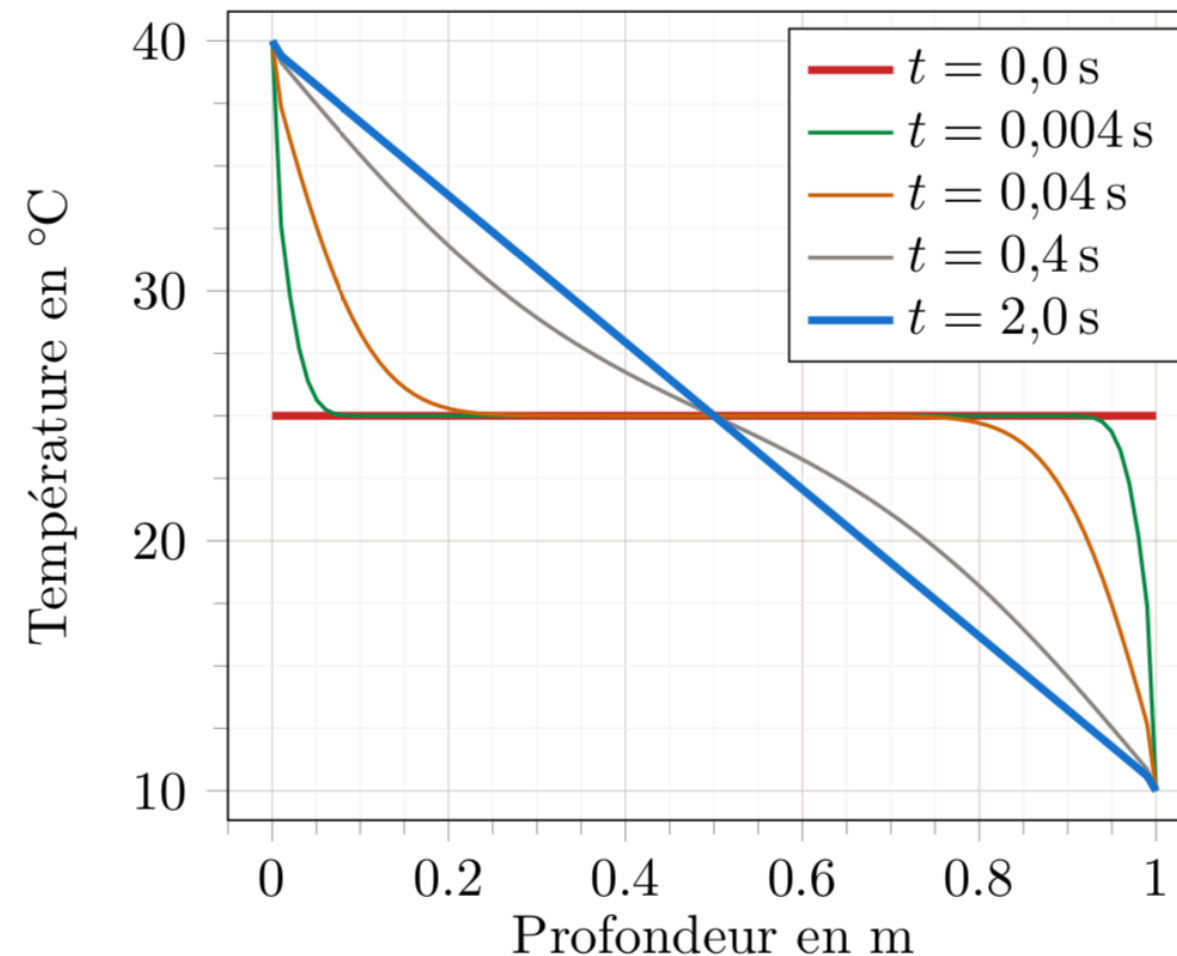
$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} + \text{div} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{c} \right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{c} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{c} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{c} \right)$$

$$\Delta_r G = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\mu_0 \gamma \omega}{P, T} \right) \frac{1}{2} v^2 + g z +$$

$$-(|\eta_{Ox}(i)| + |\eta_{Red}(i)|) \mathcal{F} V_i i$$

TEMPS CARACTÉRISTIQUE DE DIFFUSION THERMIQUE



Temps caractéristique de diffusion

On appelle *temps caractéristique de diffusion*, la durée τ telle que :

$$\tau = \frac{e^2}{D}$$

où e est la longueur caractéristique du transfert diffusif et D le coefficient de diffusivité du système.

RÉGIME PERMANENT

Flux thermique conservatif

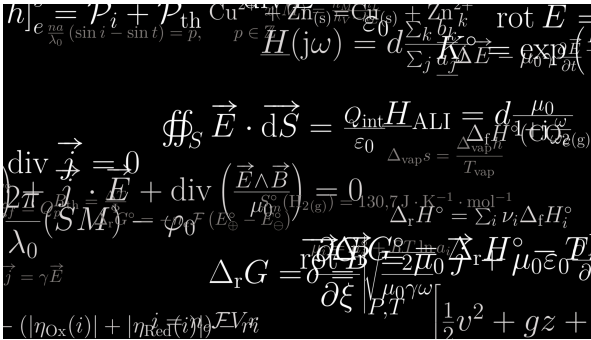
En régime permanent, quelle que soit la forme géométrique du milieu étudié, un milieu homogène et isotrope à l'équilibre thermodynamique local, sans terme source, conserve le flux thermique qui le traverse.

$$|\phi_{\text{entrant}}| = |\phi_{\text{sortant}}| = \text{cste}$$

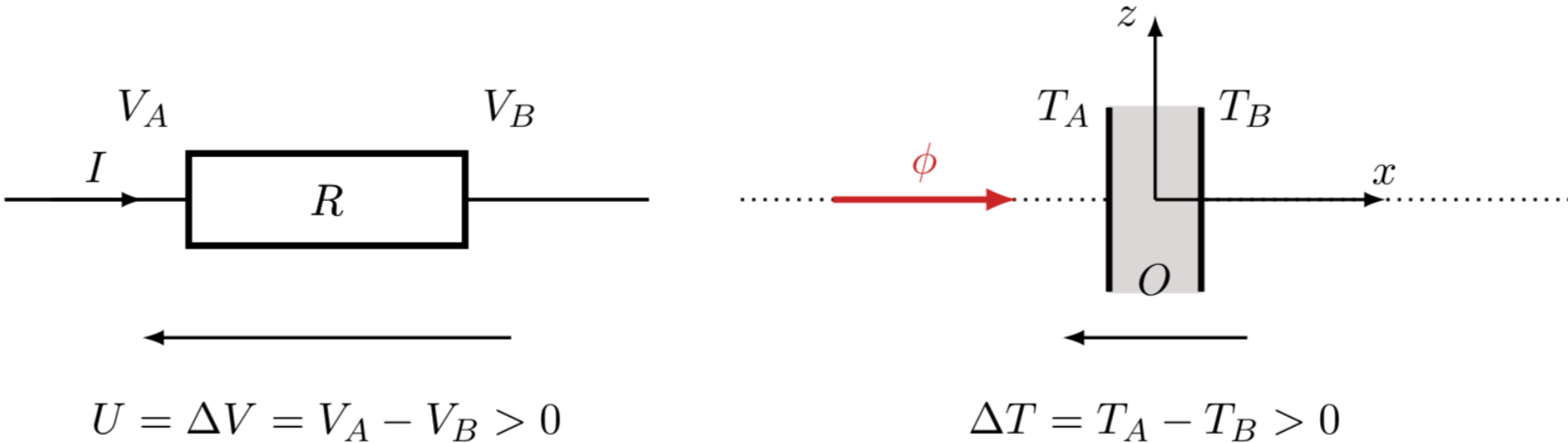
Cette relation se traduit localement par :

$$\text{div } \vec{j}_{\phi} = 0 \Leftrightarrow \oiint_S \vec{j}_{\phi} \cdot \vec{dS} = 0$$

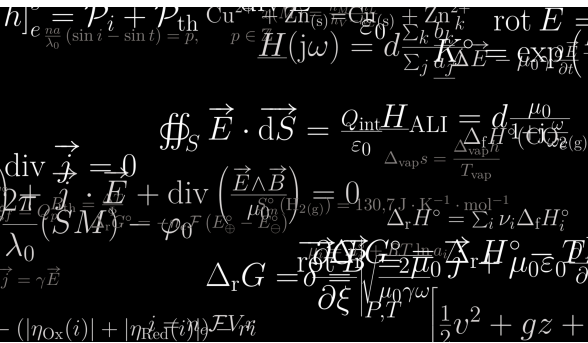
En régime permanent, le vecteur densité de flux thermique \vec{j}_{ϕ} est à flux conservatif.



RÉSISTANCE THERMIQUE I



	Électrocinétique	Transferts thermiques
Vecteur densité de flux	$I = \iint_{\Sigma} \vec{j}_I \cdot \vec{dS}$	$\phi = \iint_{\Sigma} \vec{j}_{\phi} \cdot \vec{dS}$
Grandeur scalaire motrice	$U = \Delta V = V_B - V_A$	$\Delta T = T_B - T_A$
Loi locale	$\vec{j}_I = -\sigma \overrightarrow{\text{grad}} V$	$\vec{j}_{\phi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$
Loi globale	$U = RI$	$\Delta T = R_{\text{th}} \phi$



RÉSISTANCE THERMIQUE 2

Résistance thermique

On appelle *résistance thermique*, la grandeur $R_{\text{th}} > 0$, qui s'exprime en $\text{K} \cdot \text{W}^{-1}$, définie en régime permanent par :

$$R_{\text{th}} = \frac{\Delta T}{\phi} = \frac{\Delta T}{\phi}$$

où $\phi = \iint_{\Sigma} \vec{j}_{\phi} \cdot \vec{dS}$ est le flux thermique traversant Σ , orienté conformément à ΔT .

EXERCICE D'APPLICATION 2

On reprend l'exercice 7.1.4 où une calotte sphérique de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2 sépare un milieu intérieur de température constante T_1 du milieu extérieur à $T_2 < T_1$. Cette calotte sphérique a une conductivité thermique λ , une capacité thermique massique c_p et une masse volumique μ . On donne l'expression de la distribution de température

$$T(r) = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} \right) + T_1$$

1. En déduire la résistance thermique de la calotte sphérique.
2. Quelle valeur trouve-t-on si la différence $R_2 - R_1$ devient très faible devant R_1 ?

On donne en coordonnées sphériques : $\overrightarrow{\text{grad}} A = \frac{\partial A}{\partial r} \Big|_{\theta, \varphi} \overrightarrow{u_r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \Big|_{r, \varphi} \overrightarrow{u_\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A}{\partial \varphi} \Big|_{r, \theta} \overrightarrow{u_\varphi}$.

3. Établir l'expression de la résistance thermique en utilisant le caractère conservatif du flux thermique Φ à travers toute surface de rayon $R_1 < r < R_2$.

ASSOCIATION SÉRIE ET PARALLÈLE DE RÉSISTANCES THERMIQUES

Association série de résistance thermique

En régime permanent, un ensemble de N systèmes monodimensionnels de résistances thermiques $R_{\text{th}, i}$ traversés par le même flux thermique ϕ peut être modélisé par une résistance thermique équivalente $R_{\text{th}, \text{eq}}$ vérifiant :

$$R_{\text{th}, \text{eq}} = \sum_{i=1}^N R_{\text{th}, i}$$

Association parallèle de résistance thermique

En régime permanent, un ensemble de N systèmes monodimensionnels de résistances thermiques $R_{\text{th}, i}$ soumis à la même différence de température ΔT peut être modélisé par une résistance thermique équivalente $R_{\text{th}, \text{eq}}$ vérifiant :

$$\frac{1}{R_{\text{th}, \text{eq}}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_{\text{th}, i}}$$

$$h]_{\frac{na}{\lambda_0}}^{\frac{na}{\lambda_0}} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{th} \quad \text{Cu}^{+2} + \text{Zn}^{+2} \rightleftharpoons \text{Cu}^{+2} + \text{Zn}^{+2} \quad \text{rot } E =$$

$$\frac{H(j\omega)}{d} = d \frac{K}{\sum_j \frac{K_j}{d_j}} \exp \left(\frac{j\omega}{d} \right)$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \quad \Delta_{vap} = \frac{\Delta_{vap}^H}{T_{vap}}$$

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad \text{div } \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0 \quad \Delta_r H^\circ = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^\circ$$

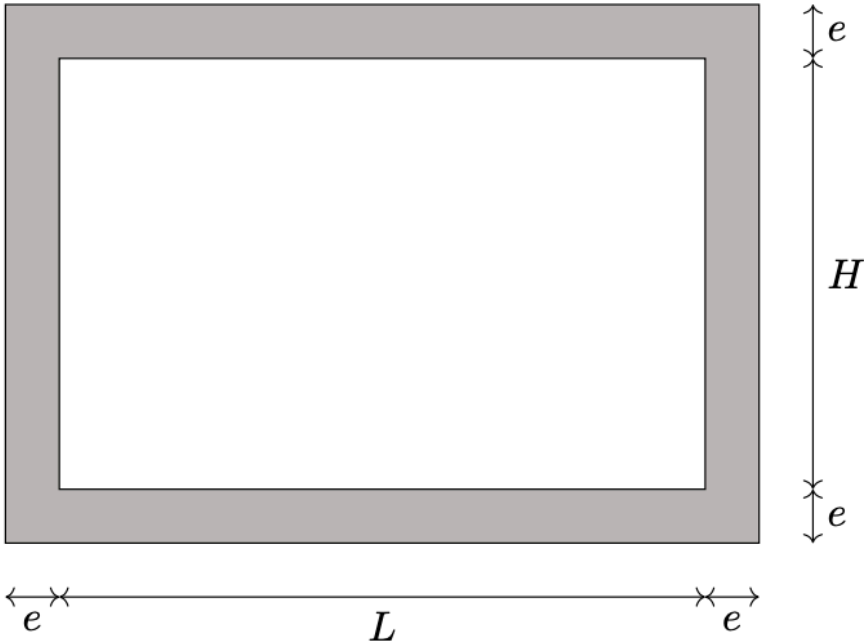
$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{SM}{\epsilon_0} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{SM}{\epsilon_0} \right) \quad \Delta_r G = \Delta_r G^\circ + RT \ln Q$$

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \quad \Delta_r G = \Delta_r G^\circ + RT \ln Q \quad \frac{1}{2} v^2 + gz +$$

$$-(|\eta_{Ox}(i)| + |\eta_{Red}(i)|) \mathcal{F} V_i$$

EXERCICE D'APPLICATION 3

On considère une fenêtre à simple vitrage sur châssis en PVC telle que schématisée ci-dessous. Le verre a une épaisseur de ℓ et le châssis en PVC a une épaisseur de 6ℓ .



1. Exprimer la résistance thermique de la surface de verre.
2. Exprimer la résistance thermique du châssis en PVC.
3. En déduire l'expression et la valeur de la résistance thermique de la fenêtre complète.

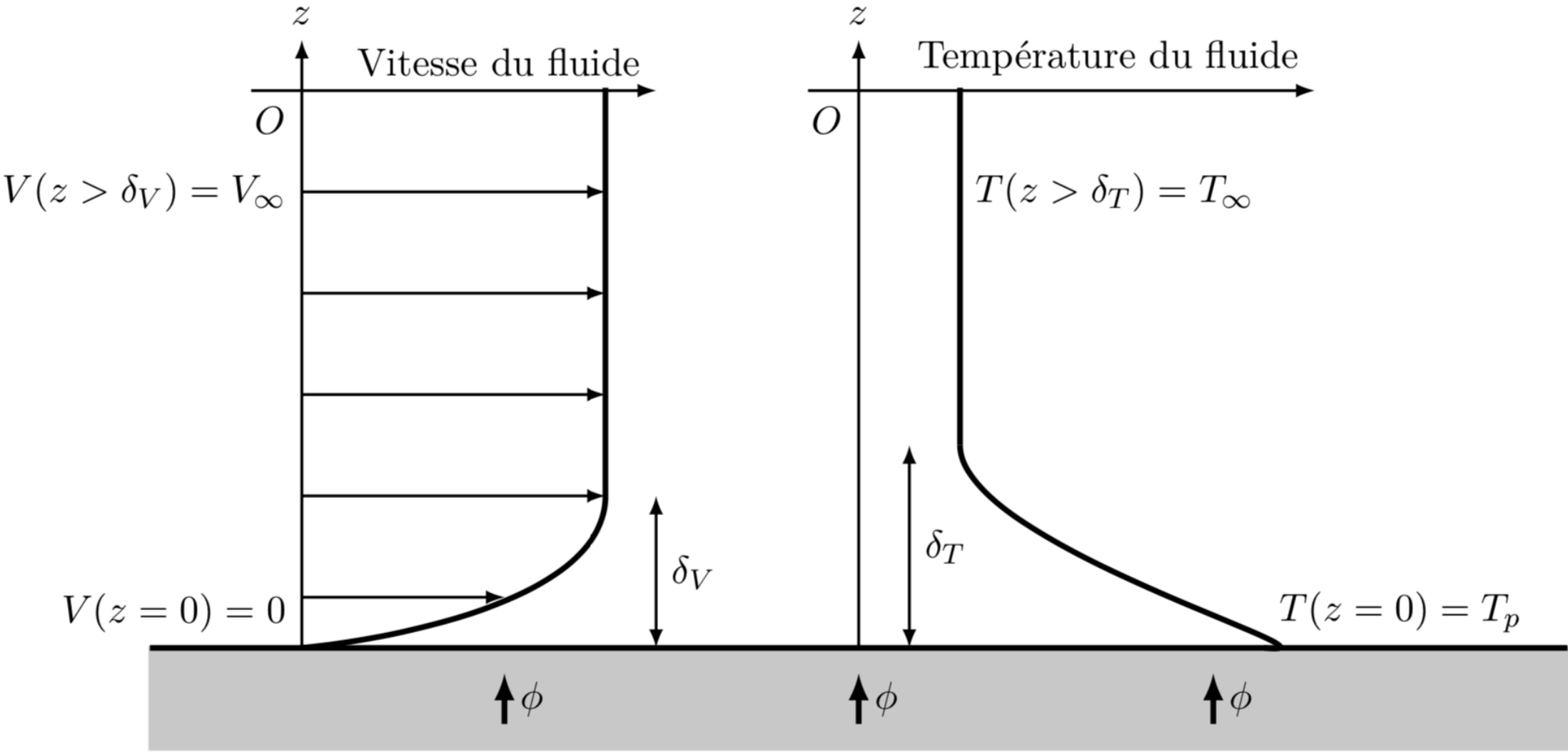
Données :

- Vitre : $H = 100 \text{ cm}$, $L = 150 \text{ cm}$ et une épaisseur $\ell = 5 \text{ mm}$;
- PVC : $e = 5 \text{ cm}$.

Matériaux	Conductivité thermique ($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)
PVC	0,17
Verre	1,2
Air	$2,6 \times 10^{-2}$

$$\begin{aligned}
 n]_e^{\frac{na}{\lambda_0}} &= \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{th} \\
 \frac{Cu^{2+} + Zn^{2+}}{p} &\in \frac{H(j\omega)}{d_{\Sigma_j}^{\frac{b_l}{\omega}} K_{\Delta} E} = \exp\left(\frac{1}{\mu_0 \mu_0} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) \\
 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \\
 \Delta_{vap} s &= \frac{\Delta_{vap} h}{T_{vap}} \\
 \Delta_r G &= \Delta_r G^\circ + RT \ln Q \\
 \frac{1}{2} v^2 + gz &+ \dots
 \end{aligned}$$

LOI DE NEWTON — ÉCHANGES CONDUCTO-CONVECTIFS I



LOI DE NEWTON — ÉCHANGES CONDUCTO-CONVECTIFS 2

Loi de Newton

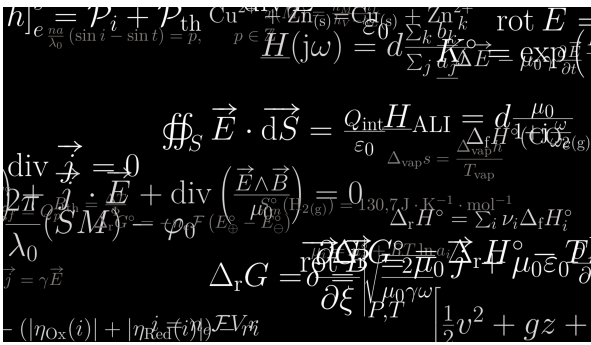
En régime permanent, la puissance thermique reçue par un solide, de surface extérieure S et de température T_p , de la part d'un fluide circulant à sa proximité à la température T_∞ est :

$$\mathcal{P}_N = \phi = hS(T_\infty - T_p)$$

où h est un coefficient empirique, appelé coefficient de convection et exprimé en $\text{WK}^{-1}\text{m}^{-2}$

	h en $\text{W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$
Convection naturelle dans l'air	5 – 25
Convection naturelle dans l'eau	25 – 500
Convection forcée dans l'air	10 – 500
Convection forcée dans l'eau	100 – 15000

LOI DE NEWTON — ÉCHANGES CONDUCTO-CONVECTIFS 3

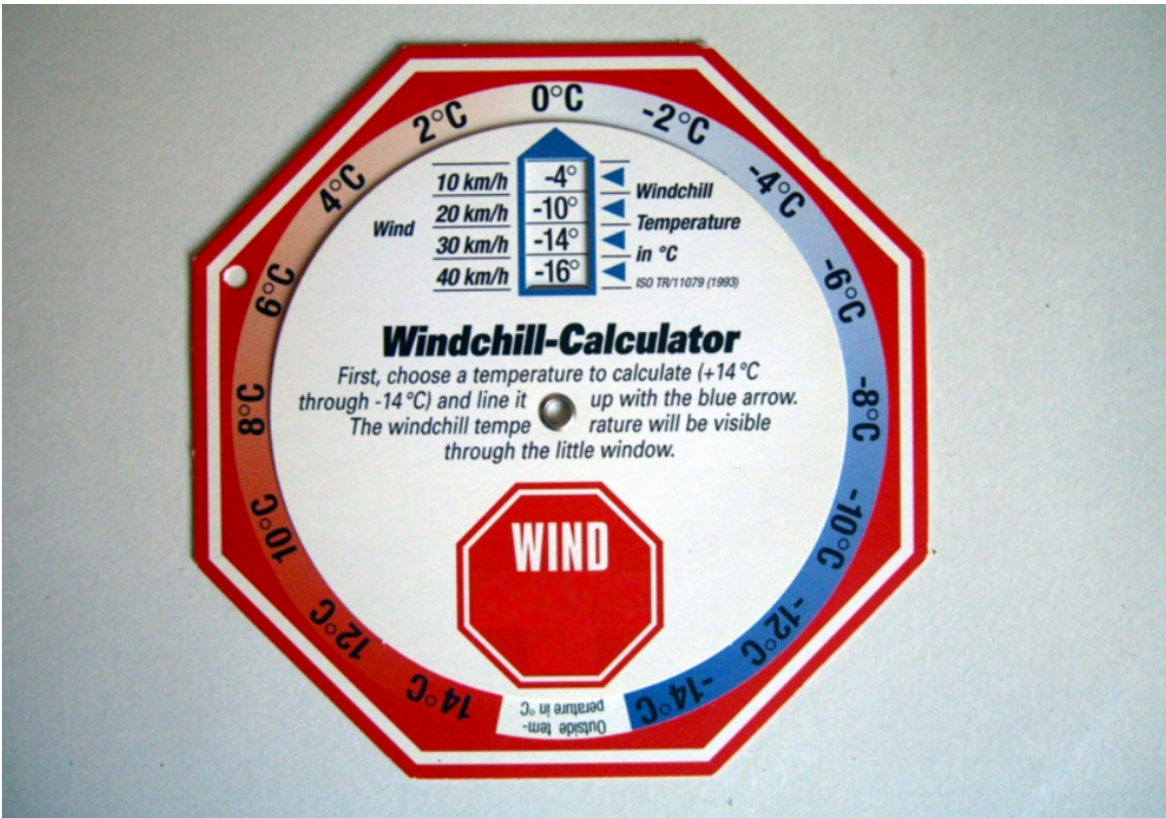


Résistance thermique conducto-convective

On appelle résistance thermique conducto-convective, la grandeur $R_{\text{th, conv}}$ exprimée en KW^{-1} telle que :

$$R_{\text{th, conv}} = \frac{\Delta T}{\phi} = \frac{1}{hS}$$

où ϕ est le flux thermique transmis au fluide sous l'écart de température $\Delta T = T_p - T_\infty$, h est le coefficient de convection de la loi de NEWTON et S la surface à travers laquelle se fait l'échange.



Vitesse du vent km · h ⁻¹	Température °C			
0	0	-10	-20	-30
10	-3	-15	-27	-39
20	-5	-18	-30	-43
30	-6	-20	-33	-45
40	-7	-21	-34	-48
50	-8	-22	-35	-49
60	-9	-23	-36	-50