DM N°10
Diffusion thermique

Lycée Langevin - Wallon

9 novembre 2020

À lire attentivement...

Les candidats devront vérifier que le sujet comporte bien 6 pages numérotées 1/6, 2/6, ... 6/6.

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points. Les résultats numériques devront être donnés sous la forme appropriée.

Le sujet comporte :
- 2 exercices d'annale de physique.

Les diverses parties peuvent être traitées dans l'ordre choisi par le candidat. Il prendra toutefois soin de bien numéroter les questions.

Fig. 1 – Carte mémoire de diffusion thermique

L'EMPLOI DE LA CALCULATRICE OU DE TOUTE AUTRE AIDE ÉLECTRONIQUE, NOTAMMENT PYTHON, EST AUTORISÉ.
LE TRAVAIL AVEC SON COURS SOUS LES YEUX EST RECOMMANDÉ.
LE PHOTO-COPILLAGE DU TRAVAIL D'UN CAMARADE SERA SANCTIONNÉ.
UN RÉSULTAT NON ENCADRÉ NE SERA PAS PRIS EN COMPTE.

Si au cours de la rédaction, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et poursuivra sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

1 2016 CCP MP Physique Chimie

1.1 Étude thermique d'un bâtiment

Avec les nouvelles normes environnementales et les diagnostics de performance énergétique des bâtiments, la cartographie thermique permet de localiser les zones de déperdition thermique les plus importantes.

On peut ensuite cibler les travaux d'isolation à effectuer en toute connaissance de cause. L'isolation peut s'effectuer par l'intérieur ou l'extérieur avec des matériaux adéquats.
On pourra alors vérifier, à réception des travaux, l'efficacité de ces derniers.

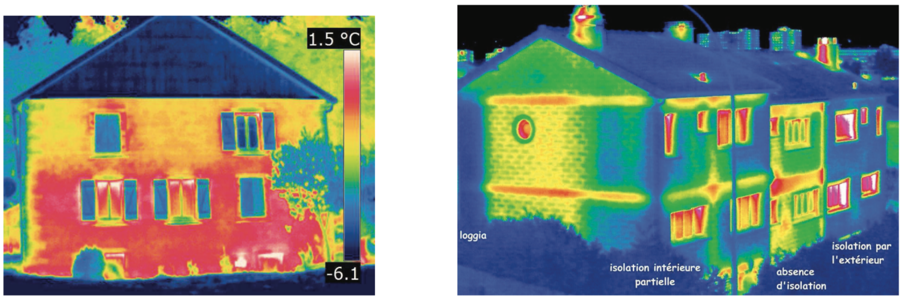

Fig. 1.1 – Thermographie infrarouge

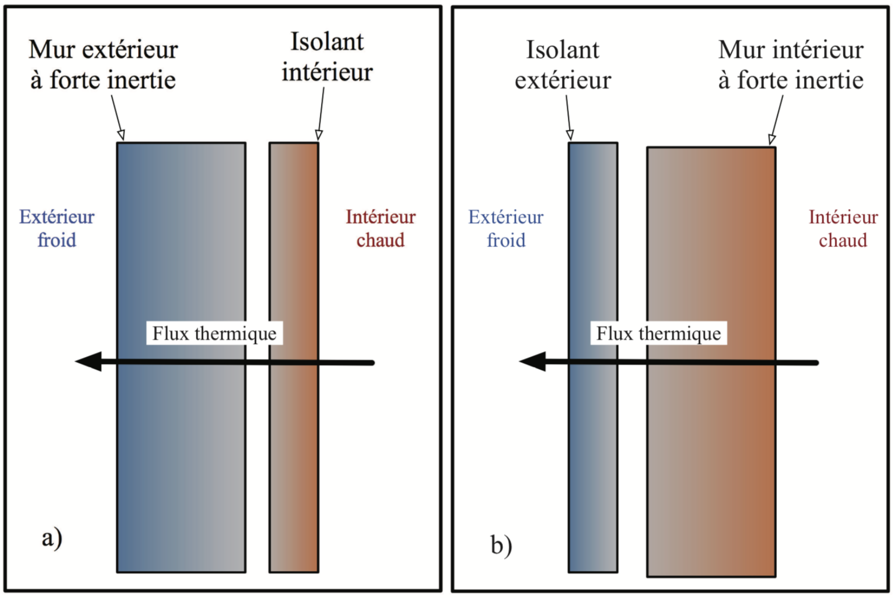

Fig. 1.2 – Isolation a) par l'intérieur ou b) par l'extérieur

1.1.1 Préambule

Modélisation de la pièce

On étudie une pièce parallépipédique de longueur $a = 8\,\text{m}$, de largeur $b = 5\,\text{m}$, de hauteur $h = 2{,}5\,\text{m}$ et possédant un radiateur électrique de puissance maximale $P = 2\,\text{kW}$. Dans l'ensemble du problème, la pièce sera supposée parfaitement isolée au niveau du sol et du plafond. La capacité thermique volumique de l'air est $C_v = 1{,}25 \times 10^3$ USI. On suppose ici que la pièce est parfaitement calorifugée.

1. Quelle est l'unité de la capacité thermique volumique ? Quelle est la valeur de la capacité thermique C de la pièce ?
2. À l'aide d'un bilan d'énergie thermique appliqué à la pièce, établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la température $T(t)$ dans la pièce en fonction de C et de P.
3. Résoudre l'équation sachant que la température initiale de la pièce est $T_0 = 10\,°\mathrm{C}$. Tracer $T(t)$. Déterminer la durée nécessaire pour atteindre la température finale $T_f = 20\,°\mathrm{C}$.
4. Proposer un modèle électrique simple conduisant à une équation différentielle du même type. Préciser quelles sont les grandeurs électriques associées aux grandeurs thermodynamiques que sont $T(t)$, C et P. Dessiner le montage électrique analogue.

Influence des murs

La pièce est constituée d'une enceinte en béton d'épaisseur $L = 15\,\mathrm{cm}$ et de masse volumique $\rho = 2{,}2 \times 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. On note $c = 1{,}0 \times 10^3\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$ sa capacité thermique massique et λ sa conductivité thermique ($\lambda = 1{,}5$ USI).

5. Exprimer l'aire S_p de la surface en contact avec la pièce en fonction de a, b et h, en négligeant l'épaisseur des murs. Faire l'application numérique.
6. Exprimer le volume de béton V_b et la capacité thermique C_{mur} de l'enceinte en béton en fonction de S_p, L, ρ et c. Comparer numériquement C_{mur} à la capacité thermique de la pièce C. Par rapport à ces premiers résultats, quels commentaires pouvez-vous faire sur la durée de montée en température de la pièce en prenant en considération l'influence de la capacité thermique du mur ?

1.1.2 Équation de la chaleur

On étudie la conduction thermique dans le mur modélisé par une barre de section S, de longueur L en contact avec deux thermostats de températures T_{int} et T_{ext} (voir figure 1.3).
On note : $\vec{J} = j(x,t)\vec{e}_x$ le vecteur densité de flux thermique.

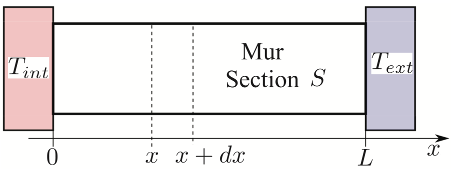

Fig. 1.3 – Modélisation du mur

Généralités

7. Rappeler la loi de Fourier. Interpréter son signe. Donner une signification physique de $j(x,t)$ et préciser son unité. Quelle est la dimension de la conductivité thermique ? En déduire son unité dans le système international.
8. À l'aide d'un bilan d'énergie thermique sur la tranche comprise entre les abscisses x et $x + \mathrm{d}x$ du mur, établir l'équation de diffusion thermique c'est-à-dire l'équation différentielle régissant l'évolution de la température $T(x,t)$ à l'intérieur du mur en fonction de ρ, c et λ.

Étude du régime stationnaire

9. Rappeler la signification de « régime stationnaire ».

10. Les températures de surface seront prises égales à celles des thermostats. Résoudre l'équation de la diffusion thermique et déterminer alors $T(x)$ la température à l'intérieur du mur à l'abscisse x. Tracer $T(x)$.
11. Définir et exprimer la température moyenne du mur notée T_{moy}. Indiquer la position particulière x_p où la température est égale à la température moyenne.
12. Exprimer la densité de flux $j(x)$ qui traverse le mur. Que remarquez-vous ?
13. Calculer la puissance P que le radiateur doit fournir afin de maintenir la température intérieure à 20 °C pour une température extérieure de 10 °C. Commenter ce résultat par rapport au radiateur installé.

Résistance thermique

On définit en électricité la résistance d'un conducteur ohmique en convention récepteur par $R = \frac{\Delta V}{I}$ où ΔV est la différence de potentiels aux bornes de la résistance et I l'intensité du courant électrique qui traverse le conducteur (figure 1.4).

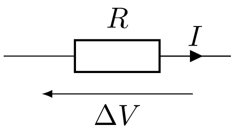

Fig. 1.4 – Résistance

14. Rappeler l'expression de la loi d'OHM locale[1] pour un conducteur de conductivité électrique γ. En faisant l'analogie entre la loi d'OHM et la loi de FOURIER, indiquer à quelles grandeurs thermodynamiques sont analogues la conductivité électrique, la densité de courant électrique, le potentiel électrique et l'intensité du courant. Donner cette réponse sous la forme d'un tableau récapitulatif.
15. Par analogie, donner l'expression de la résistance thermique R_{mur} du mur étudié. Préciser son unité et calculer sa valeur.

1. La loi d'OHM locale sera vue un peu plus tard dans l'année : $\vec{j} = -\gamma \, \overrightarrow{\text{grad}} \, V$ où $\gamma > 0$ est la conductivité électrique et V est le potentiel électrique, et $\vec{j}$ est le vecteur densité de courant électrique

2 2019 CCS MP Physique Chimie 2

Les deux parties de ce sujet sont indépendantes. Certaines valeurs numériques sont regroupées en fin d'énoncé.

> Certaines questions peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'expliciter clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Toute démarche engagée, même non aboutie, et toute prise d'initiative seront valorisées. Le barème prend en compte le temps nécessaire à la résolution de ces questions.

2.1 Stockage de déchets radioactifs à haute activité

2.1.1 Température d'un fût de stockage

Présentation d'un fût de stockage

Les déchets à haute activité issus des centrales nucléaires, sont vitrifiés : ils sont incorporés dans un verre R7T7 destiné à les confiner durablement. Le verre, appelé colis, est coulé dans des fûts d'acier inoxydable. L'activité radioactive du colis s'accompagne d'un transfert thermique. On considère que la température du verre ne doit pas dépasser 510 °C pour éviter toute transition de phase vitreuse. L'activité est divisée d'un facteur 3 après 50 ans. Ainsi, après une période initiale durant laquelle il est nécessaire d'entreposer les colis dans des puits ventilés, il est envisagé de les stocker profondément sous terre, sans ventilation, à condition que leur température de paroi soit inférieure à 90 °C. L'émission thermique est de l'ordre de 2 kW par colis dans la première décennie du stockage.

Conteneur	*Colis*
Acier inoxydable	Verre borosilicate
Hauteur 1,338 cm	Volume 175 L
Diamètre 43 cm	Masse des déchets 400 kg

Fig. 2.1 – Fût de stockage de déchets à haute activité

Bilan thermique

On propose de faire le bilan thermique d'un fût afin de déterminer, en régime quasi-permanent, la température à la surface du fût. On considère pour cela une géométrie cylindrique et on néglige les effets de bords. On note a le rayon du fût et H sa hauteur. On néglige l'épaisseur de l'enveloppe en acier en raison de son excellente conductivité thermique. La température ne dépend alors que de la seule variable r et est notée $T(r)$. Le flux thermique traversant un cylindre coaxial à l'axe du fût, de même hauteur H

que le fût et de rayon $r < a$ est noté $\phi(r)$.
On rappelle la loi phénoménologique de Newton. En un point M de l'interface entre un solide et un fluide et en notant T_s la température du solide à sa surface en M et T_f celle du fluide, on observe un transfert thermique dont le vecteur densité de flux thermique s'exprime par $\overrightarrow{j}(M) = -h(T_f - T_s)\overrightarrow{n}$, où h est le coefficient de transfert thermique (coefficient conducto-convectif) et $\overrightarrow{n}$ le vecteur unitaire normal à la surface en M, dirigé du solide vers le fluide.

16. Déterminer la valeur de l'émission thermique volumique (puissance émise par unité de volume) u du colis.
17. Établir soigneusement un bilan local thermique sur une portion de fût délimitée par les surfaces cylindriques de rayons respectifs r et $r + \mathrm{d}r$, où $r \in [0, a]$, en tenant compte du transfert thermique cédé au milieu du fait de la radioactivité. En déduire une expression de $\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}r}$, notée équation (II.1).
18. Rappeler la loi de Fourier. En déduire une expression de $\phi(r)$ en fonction de $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}$, notée équation (II.2).
19. En intégrant l'équation (II.1), puis à l'aide de l'équation (II.2), déterminer $T(r)$ en fonction de λ, u, r, R et $T(R)$ température à la paroi du fût.

20. Le stockage est-il possible, dans les conditions présentées, lors de la première décennie et à plus long terme ? On argumentera en présentant des évaluations chiffrées de températures.

Données

Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3{,}00 \times 10^{8}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Constante d'Avogadro	$\mathcal{N}_{\mathrm{A}} = 6{,}02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
Charge élémentaire	$e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Permittivité du vide	$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F \cdot m^{-1}}$
Électron-volt	$1\,\mathrm{eV} = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$
Constante de Planck réduite	$\hbar = 6{,}582 \times 10^{-16}\,\mathrm{eV \cdot s}$
Constante de structure fine	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \simeq \frac{1}{137}$
Masse de la particule alpha	$m = 3272\,\mathrm{MeV}/c^2$
Conductivité thermique du verre	$\lambda = 1\,\mathrm{W \cdot K^{-1} \cdot m^{-1}}$
Coefficient conducto-convectif air/solide (convection naturelle)	$h = 9\,\mathrm{W \cdot K^{-1} \cdot m^{-2}}$
Coefficient conducto-convectif air/solide (convection forcée)	$h = 25\,\mathrm{W \cdot K^{-1} \cdot m^{-2}}$