DM N°19
Électrostatique

Lycée Langevin - Wallon

24 janvier 2021

À lire attentivement...

Les candidats devront vérifier que le sujet comporte bien 6 pages numérotées 1/6, 2/6, ... 6/6.

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points. Les résultats numériques devront être donnés sous la forme appropriée.

Le sujet comporte :
– 2 exercices d'annale de physique.

Les diverses parties peuvent être traitées dans l'ordre choisi par le candidat. Il prendra toutefois soin de bien numéroter les questions.

Fig. 1 – Carte mémoire d'électromagnétique

L'EMPLOI DE LA CALCULATRICE OU DE TOUTE AUTRE AIDE ÉLECTRONIQUE,
NOTAMMENT PYTHON, EST AUTORISÉ.
LE TRAVAIL AVEC SON COURS SOUS LES YEUX EST RECOMMANDÉ.
LE PHOTO-COPILLAGE DU TRAVAIL D'UN CAMARADE SERA SANCTIONNÉ.
UN RÉSULTAT NON ENCADRÉ NE SERA PAS PRIS EN COMPTE.

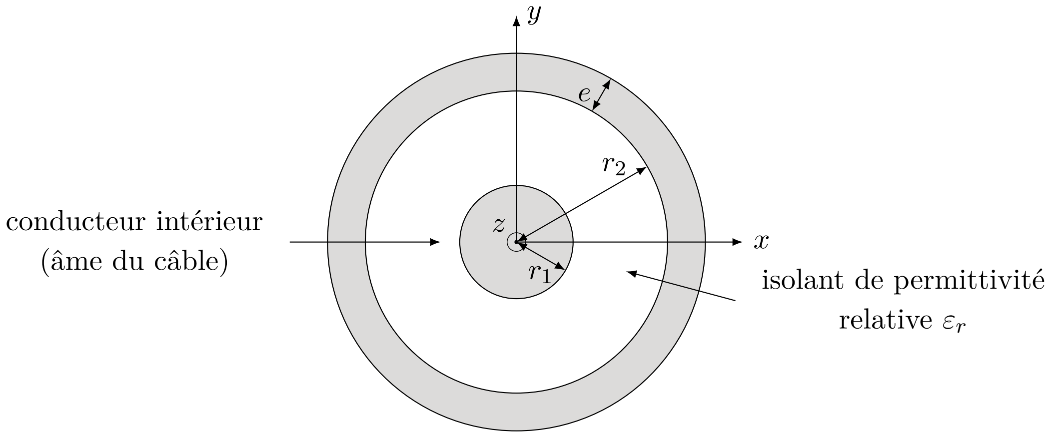
Si au cours de la rédaction, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et poursuivra sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

1 2008 Banque PT A

1.1 Paramètres primaires d'une lige coaxiale

Un câble coaxial est constitué par deux cylindres coaxiaux parfaitement conducteurs, de même axe Oz, et de rayons respectifs r_1, r_2 et $r_2 + e$, et de longueur ℓ. La longueur de la ligne ℓ est assez grande devant r_1 et r_2 pour que l'on puisse négliger les effets d'extrémités : on considère que les symétries et invariances sont les mêmes que si la longueur ℓ était infinie.

L'espace entre les deux conducteurs contient un isolant, homogène et isotrope de permittivité relative $\varepsilon_r = 2,0$. On rappelle que la permittivité absolue ε de l'isolant est liée à sa permittivité relative par la relation $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$, la notation ε_0 désignant la permittivité absolue dans le vide.



Pour les applications numériques, on prendra : $r_1 = 0{,}15\,\mathrm{cm}$, $r_2 = 0{,}50\,\mathrm{cm}$, $\ell = 10\,\mathrm{m}$, $e = 0{,}10\,\mathrm{cm}$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{H \cdot m^{-1}}$, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F \cdot m^{-1}}$.

Le conducteur intérieur est porté au potentiel V_1 constant et le conducteur extérieur au potentiel V_2, qu'on suppose nul. Les conducteurs, en équilibre électrostatique, portent alors respectivement les charges électriques $+Q$ et $-Q$, supposées uniformément réparties sur les deux seules surfaces des conducteurs qui sont de rayon r_1 et r_2.

1. Montrer que le champ électrique est radial et que sa valeur algébrique ne dépend que de r, soit $\overrightarrow{E} = E(r)\overrightarrow{u_r}$.
2. (a) Établir l'expression de $E(r)$ en fonction de Q, de la permittivité $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ de l'isolant, de r et de ℓ, en distinguant les trois cas : $r < r_1$, $r_1 < r < r_2$ et $r_2 < r < r_2 + e$. Il est rappelé que l'expression de $E(r)$ demandée se déduit de celle obtenue dans le cas d'un câble coaxial « à vide » en remplaçant la permittivité absolue ε_0 du vide par celle, ε, du matériau isolant.
   (b) Montrer que, dans le domaine $r > r_2 + e$, $E(r) = 0$.
3. (a) Tracer le graphe de $E(r)$.
   (b) Commenter physiquement les éventuelles discontinuités de $E(r)$ à la traversée des cylindres de rayons r_1, r_2 et $r_2 + e$.
4. Exprimer la tension $U_{12} = V_1 - V_2$ en fonction de Q, $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$, ℓ, r_1 et r_2.

5. Montrer que la capacité par unité de longueur du câble coaxial, notée C_1, est donnée par :

$$C_1 = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

6. En déduire simplement l'expression de l'énergie électrostatique W_e emmagasinée par le câble coaxial de longueur ℓ.
7. Calculer la valeur numérique de C_1.
8. Calculer la valeur numérique de W_e pour une tension $U_{12} = 10\,\mathrm{V}$ entre les armatures du câble.

2 2018 Banque PT A Physique

Le sujet s'intéresse aux différents organes d'instruments de musique dans lesquels le musicien crée des signaux électriques pour engendrer *in fine* à partir de ceux-ci des ondes sonores perçues par les auditeurs. Le problème étudie les transformations des signaux et leurs interactions au fur et à mesure de leur cheminement dans le montage électrique.

Nous allons nous intéresser à deux instruments de musique qui sont les ancêtres des instruments électroniques et qui sont encore utilisés de nos jours pour leur musicalité particulière : le thérémine et les ondes MARTENOT, présentés en concert à Paris respectivement en 1927 et 1928. Tous deux utilisent l'effet hétérodyne découvert en 1917. Nous étudierons essentiellement un thérémine.

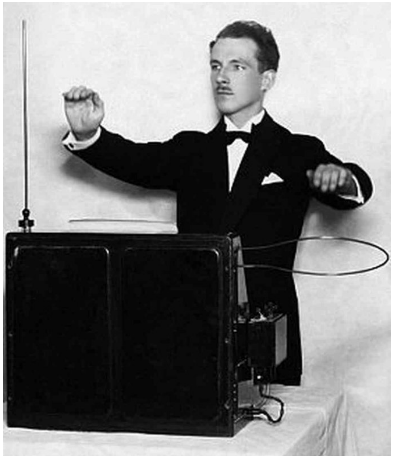


Fig. 2.1 – THÉRÉMIN et son thérémine

Fig. 2.2 – Ondes Marthenot

Aucun connaissance relative aux ondes sonores n'est requise. Les documents 2 et 3 donnent les informations nécessaires.

Document 1 : description des deux instruments

Le thérémine est un boîtier électronique avec deux antennes qui produit d ela musique sans que l'instrumentiste ne touche l'instrument. Une antenne verticale est dite antenne de tonalité ou pitch car on commande la hauteur de la note en faisant varier la distance de la main droite à l'antenne verticale. L'antenne horizontale en forme de boucle est utilisée pour faire varier l'intensité du son selon la position de la main gauche (figure 2.1). La sortie du son, proche de celui d'une scie musicale, se fait par un haut-parleur. Cet instrument exige de l'instrumentiste une grande précision des mouvements de ses mains et une quasi-immobilité du reste du corps : la note juste est difficile à atteindre. Les morceaux joués sont lents.

...

Document 2 : caractéristiques des sons : hauteur et intensité

La hauteur d'un son est la fréquence du fondamental. Les harmoniques décroissantes avec le rang participent au son global. L'oreille perçoit la hauteur même si le fondamental est quasi-inexistant. Mais il y a un lien avec la durée aussi car l'oreille possède une constante de temps mécanique et la durée limite en dessous de laquelle le son est perçu comme un bruit est 5 ms.

Le « la_3 » ou La du diapason est un son de fréquence 440 Hz.

Une octave correspond à la multiplication par 2 de la fréquence.

Le timbre est lié à la composition spectrale (présence, durée et importance des harmoniques) et même l'oreille la moins exercée distingue facilement le timbre d'un instrument.

Intensité sonore
On obtient des effets musicaux en jouant certaines notes de manière plus intense que d'autres. Le son est généralement restitué par un haut-parleur qui transforme un signal électrique en son. L'intensité est une fonction croissante de l'amplitude du signal électrique.

Document 3 : audibilité

L'oreille humain moyenne est sensible aux sons dont la fréquence est dans le domaine $[20\,\mathrm{Hz}, 20\,\mathrm{kHz}]$. Le domaine audible correspond à 10 octaves ($10^3 \sim 2^10$). Un son grave est un son de basse fréquence, un son aigu de haute fréquence.

2.1 Modèle explicatif de l'influence des mains

Dans cette partie nous justifions l'existence des condensateurs de capacité C_{h_i} engendrés par les mains de l'instrumentiste. La permittivité diélectrique du vide vaut $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F \cdot m^{-1}}$. On assimile la permittivité de l'air à celle du vide.

9. Définir ce qu'est un condensateur et ce qu'est sa capacité en électrostatique.
10. On considère un condensateur plan (figure 2.3). Les armatures ont une surface S et sont distantes de d avec $d \ll \sqrt{S}$. On néglige les effets de bord.
    (a) Établir, en le justifiant, l'expression du champ électrostatique $\vec{E}$ qui règne dans l'espace entre les armatures planes en fonction de la densité surfacique de charge σ de l'armature chargée positivement.
    (b) En déduire l'expression de la différence de potentiel $U = V_1 - V_2$ entre les deux armatures.
    (c) Exprimer la capacité du condensateur en fonction de ε_0, S et d.

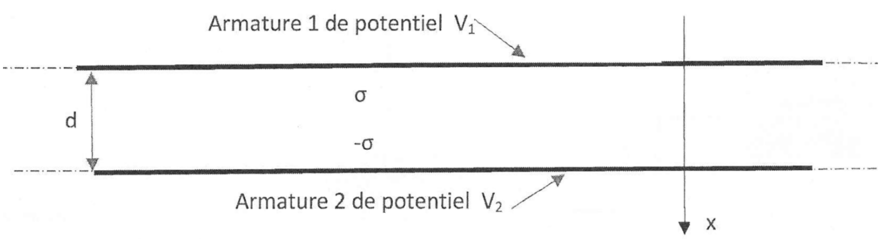


Fig. 2.3 – Condensateur plan

11. En première approche on utilise le modèle suivant décrit en figure 2.4 :
    – l'antenne constitue l'armature 1 d'un condensateur plan de potentiel V_1 et de surface S,
    – L'autre armature de potentiel nul est constituée par :
        – le corps immobile de l'instrumentiste à la distance d de l'armature 1,
        – avec sa main droite « en avant » du corps, modélisée par une surface plane de surface $s \ll S$. S est l'aire totale des armatures en regard.

Exprimer la capacité C_{h_1} en fonction de ε_0, S, s, x et d.

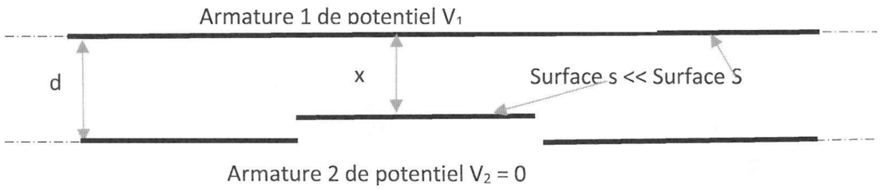


Fig. 2.4 – Modèle plan

12. L'instrumentiste déplace très légèrement la main d'une quantité δx petite devant $(x - d)$.
    (a) Exprimer la nouvelle capacité de l'ensemble.
    (b) Quelle est la variation δC_{h_1} de la capacité au premier ordre en fonction de ε_0, s, δx et x ? Faire l'application numérique pour $s = 100\,\text{cm}^2$, $x = 20\,\text{cm}$ et $\delta x = 0{,}5\,\text{cm}$. Commenter.
13. Le modèle est trop simpliste pour traduire la capacité de l'ensemble antenne et instrumentiste. Il faut évidemment tenir compte de la géométrie de l'antenne qui est un cylindre de hauteur h et de rayon r. Des études sur les antennes conduisent à une évaluation de la capacité de la forme $C_{a_0} = \frac{2\pi\varepsilon_0 h}{\ln\left(\frac{2h}{d}\right)}$ en absence d'instrumentiste. La présence de l'instrumentiste avec une main à la distance x introduit une modification de la capacité égale à $\Delta C_{a_0} = \frac{\pi\varepsilon_0 h}{10\ln\left(\frac{2x}{d}\right)}$.
    Calculer l'ordre de grandeur $\Delta C_{a_0}/C_{a_0}$ pour une antenne de hauteur $h = 50\,\text{cm}$ de diamètre $d = 1\,\text{cm}$ avec une distance $x = 20\,\text{cm}$ entre la main droite et l'antenne. On donne $\log 2 = 0,30$.