
DM N°21
Champs électromagnétiques et ARQS

Lycée ANGEVIN - WALLON

7 février 2021

À lire attentivement...

Les candidats devront vérifier que le sujet comporte bien 4 pages numérotées 1/4, 2/4, ... 4/4.

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points. Les résultats numériques devront être donnés sous la forme appropriée.

Le sujet comporte :

- 2 exercices d'annale de physique.

Les diverses parties peuvent être traitées dans l'ordre choisi par le candidat. Il prendra toutefois soin de bien numéroter les questions.



Fig. 1 – Carte mémoire d'électromagnétique

L'EMPLOI DE LA CALCULATRICE OU DE TOUTE AUTRE AIDE ÉLECTRONIQUE,
NOTAMMENT PYTHON, EST AUTORISÉ.

LE TRAVAIL AVEC SON COURS SOUS LES YEUX EST RECOMMANDÉ.

LE PHOTO-COPILLAGE DU TRAVAIL D'UN CAMARADE SERA SANCTIONNÉ.

UN RÉSULTAT NON ENCADRÉ NE SERA PAS PRIS EN COMPTE.

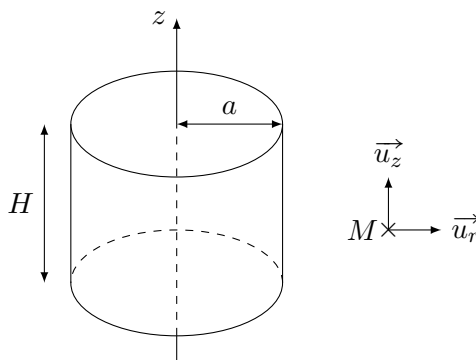
Si au cours de la rédaction, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et poursuivra sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

1.1 Four à induction

1.1.1 Distributions orthoradiales de courant électrique

On cherche à déterminer le champ magnétique créé par diverses distributions orthoradiales de courant électrique continu circulant dans un cylindre de rayon a et de hauteur H . On suppose que a est très petite devant H ($a \ll H$); de ce fait :

- on négligera les effets de bords (ce qui revient à considérer le cylindre comme illimité dans la direction z).
- Le champ magnétique \vec{B}_{ext} à l'extérieur du cylindre est nul.



On utilisera les coordonnées cylindriques (r, θ, z) et la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$. Dans toute la suite, on considèrera que les propriétés électromagnétiques de l'air sont identiques à celles du vide.

Les données sont a , H et la perméabilité du vide μ_0 .

Distribution volumique orthoradiale de courants

Le courant électrique circule dans le cylindre; la densité de courant volumique en un point $M(r, \theta, z)$ intérieur au cylindre est : $\vec{j}_1 = \alpha r \vec{u}_\theta$; elle n'est donc pas uniforme. Cette distribution crée, au point M , le champ magnétique \vec{B}_1 .

1. Par des considération qualitatives précises, déterminer :
 - (a) la direction de \vec{B}_1 .
 - (b) la (ou les) coordonnée(s) dont dépend la valeur algébrique B_1 de ce champ.
2. Par application du théorème d'AMPÈRE, déterminer B_1 en fonction de α , r et des données, pour tout r inférieur ou égal au rayon a .

Distribution surfacique orthoradiale

À présent, le courant électrique ne circule que sur la surface latérale du cylindre, l'intérieur étant « vide ». Il est caractérisé par le vecteur densité de courant surfacique $\vec{j}_s = j_s \vec{u}_\theta$, j_s étant uniforme et constant. Cette distribution crée, à l'intérieur, le champ \vec{B}_0 (rappelons que \vec{B}_{ext} est nul).

3. Montrer qu'un champ uniforme \vec{B}_0 satisfait aux équations de MAXWELL à l'intérieur du cylindre.

On donne les relations de passage relatives aux composantes du champ magnétique à une interface composée d'une source de courant ou de charge discontinue :

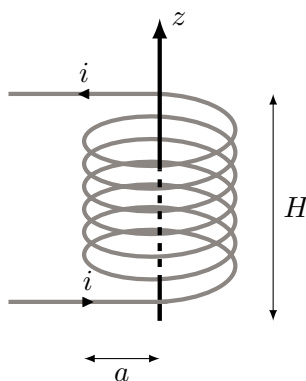
$$\begin{cases} \vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \end{cases}$$

Dans cette relation, \vec{E}_i est le champ régnant dans le milieu i , σ est une densité surfacique de charge, $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$ est le vecteur normal à la surface de séparation, orienté de 1 vers 2 et \vec{j}_s est un vecteur densité surfacique de courant.

4. En déduire l'expression de \vec{B}_0 .

1.1.2 Four à induction

Il est constitué d'une bobine cylindrique formée de N spires régulièrement espacées, de rayon a , réparties sur une couche de hauteur H noyée dans une matrice réfractaire. Un courant électrique d'intensité $i = I_m \cos(\omega t)$ circule dans chaque spire. On se place dans le cadre d'un régime électromagnétique quasi-stationnaire : les expressions des champs trouvées dans la partie 1.1.1 restent valables.



Champ magnétique à l'intérieur du four « vide »

On assimile cette distribution de courant formée par les N spires à une distribution surfacique orthoradiale de courant, de densité surfacique $\vec{j}_s = j_s \vec{u}_\theta$, j_s étant uniforme.

Les données sont : N , i , H , a , μ_0 .

5. Évaluer j_s en fonction de i , N et H .
6. (a) Déterminer le champ magnétique \vec{B}_0 à l'intérieur.
 (b) On met sa valeur algébrique sous la forme $B_0 = K I_m \cos(\omega t)$; donner l'expression de K .

Terme principal du champ électromagnétique du four « chargé »

L'intérieur de la bobine est complètement rempli du matériau non ferreux à fondre. Dans la suite, on fera les hypothèses suivantes :

- ce matériau est conducteur électrique : il obéit localement à la loi d'OHM avec la conductivité électrique γ constante et uniforme.

- Les champs électrique et magnétique dans le matériau obéissent aux mêmes équations de MAXWELL que dans le vide sauf la relation de MAXWELL-AMPÈRE qui s'écrit :

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

- On est en régime électromagnétique quasi-stationnaire.
- On néglige le champ magnétique créée par les courants induits, de sorte que le champ magnétique dans le matériau vaut \vec{B}_0 (avec $B_0 = KI_m \cos(\omega t)$ trouvé en 6b).

Les données sont : K, a, H, I_m, γ et ω .

- On cherche le champ électrique induit en un point M du matériau à la distance r de l'axe de la bobine sous la forme $\vec{E}_1 = E_1(r, t) \vec{u}_\theta$.
À l'aide de la loi de FARADAY, trouver $E_1(r, t)$ en fonction de r, t et des données.
- Rappeler la loi locale d'OHM.
En déduire l'expression de la densité volumique de courant induit (\vec{j}_1) au point M .

Puissance transférée

- Donner l'expression de la puissance volumique locale \mathcal{P}_v cédée par le champ électrique aux porteurs de charge.
- Évaluer la puissance instantanée totale transférée au matériau conducteur contenu dans le four.
- En déduire la puissance moyenne \mathcal{P} (on donnera l'expression en fonction des données et du volume V occupé par le matériau).
- On évalue les fuites énergétiques par rayonnement à $\eta = 15\%$ de l'énergie requise pour la fusion. Déterminer littéralement puis calculer numériquement la durée t_f de cette fusion ; on donne :
 - $f = 4 \times 10^3 \text{ Hz}$; $I_m = 150 \text{ A}$; $K = 1 \times 10^{-5} \text{ T} \cdot \text{A}^{-1}$; $a = 15 \text{ cm}$; $\gamma = 1,6 \times 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$;
 - l'enthalpie massique de fusion du matériau est $\Delta_{\text{fus}} h = 350 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$;
 - Au départ, le matériau est solide à la température de fusion ; sa masse est $M = 80 \text{ kg}$ et il occupe un volume $V = 0,03 \text{ m}^3$ supposé quasi invariant pendant toute la fusion.