
DM N°9
Dynamique des fluides

Lycée *ANGEVIN* - *WALLON*

3 novembre 2020

À lire attentivement...

Les candidats devront vérifier que le sujet comporte bien 8 pages numérotées 1/8, 2/8, ... 8/8.

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points. Les résultats numériques devront être donnés sous la forme appropriée.

Le sujet comporte :

- 2 exercices d'annale de physique.

Les diverses parties peuvent être traitées dans l'ordre choisi par le candidat. Il prendra toutefois soin de bien numéroter les questions.



Fig. 1 – Carte mémoire de dynamique des fluides

L'EMPLOI DE LA CALCULATRICE OU DE TOUTE AUTRE AIDE ÉLECTRONIQUE,
NOTAMMENT PYTHON, EST AUTORISÉ.

LE TRAVAIL AVEC SON COURS SOUS LES YEUX EST RECOMMANDÉ.

LE PHOTO-COPILLAGE DU TRAVAIL D'UN CAMARADE SERA SANCTIONNÉ.

UN RÉSULTAT NON ENCADRÉ NE SERA PAS PRIS EN COMPTE.

Si au cours de la rédaction, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et poursuivra sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

1 2019 CCS TSI Physique Chimie 1

Aller sur Mars est sans nul doute l'un des plus vieux rêves de l'humanité, symbole de la conquête spatiale commencée en 1957 avec le premier vol spatial orbital Spountnik 1. L'homme n'a pas encore foulé le régolithe (sol martien) de la planète rouge, mais atteindre Mars est loin d'être une sinécure.

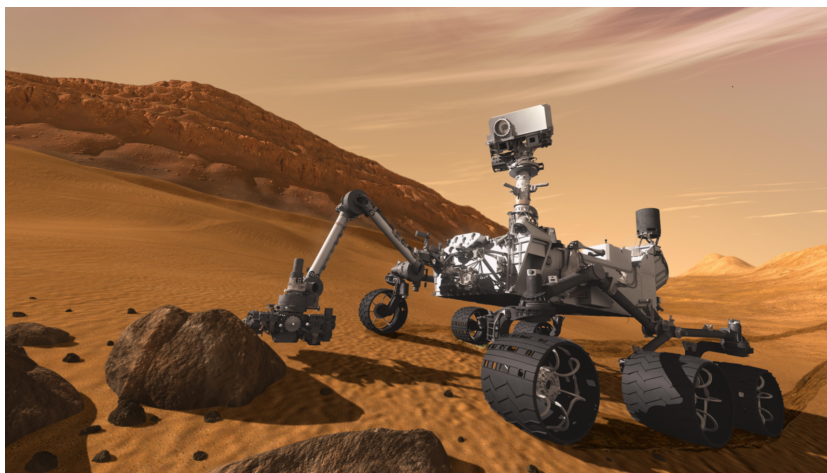


Fig. 1.1 – Vue d'artiste du robot Curiosity sur Mars. NASA/JPL Caltech

Ce sujet traite du projet d'avion solaire autonome Sky-Sailor qui ambitionne de cartographier la surface de Mars. Un ensemble de valeurs numériques est proposé en fin d'énoncé.

1.1 Projet d'un avion solaire autonome sur Mars : le Sky-Sailor

Dans cette partie, g_0 et g désignent l'intensité du champ de pesanteur au sol et à une altitude z . On note (\mathcal{R}) le référentiel lié au sol martien et (\mathcal{R}') celui lié au ailes du Sky-Sailor.

Dans toute cette partie 1.1, le Sky-Sailor possède un mouvement de translation rectiligne, horizontal, uniforme à la vitesse \vec{V} par rapport à (\mathcal{R}) .



Fig. 1.2 – Photographie du Sky-Sailor (<http://www.sky-sailor.thez.ch>)

Le maintien de l'avion dans l'atmosphère est assuré par une force aérodynamique appelée force de portance \vec{F}_p . Cette dernière naît de la circulation de l'atmosphère martienne autour des ailes. Les caractéristiques de cette force sont les suivantes :

- elle est perpendiculaire à la vitesse \vec{V} de l'avion par rapport à l'atmosphère martienne (supposée immobile) ;
- elle est ascendante ;
- sa norme est $\|\vec{F}_p\| = F_p = \frac{1}{2}\rho S C_p V^2$ avec $V = \|\vec{V}\|$, C_p un coefficient sans unité appelé coefficient de portance et S la surface des ailes.

Masse des batteries lithium Ion–Polymère	$m = 1,2 \text{ kg}$
Masse totale de l'avion	$M_{\text{av}} = 2,6 \text{ kg}$
Énergie maximale stockée dans les batteries	$\mathcal{E}_{\text{stock}} = 3,78 \times 10^5 \text{ J}$
Envergure	$3,2 \text{ m}$
Surface S des ailes	$S = 0,78 \text{ m}^2$
Surface des panneaux solaires	$S' = 0,51 \text{ m}^2$
Rendement des panneaux solaires	$\eta = 0,28$
Rendement du système de propulsion	$\eta' = 0,82$
Puissance maximale du système de propulsion	100 W
Coefficient de traînée	$C_t = 1,3 \times 10^{-2}$

Tab. 1.1 – Caractéristiques de l'avion Sky-Sailor

Dans les conditions de l'expérience, on admet que C_p est constant et ne dépend que de la géométrie des ailes. Enfin, localement autour des ailes, on supposera que la masse volumique ρ de l'atmosphère est constante.

1.1.1 Détermination du coefficient de portance dans le modèle de l'écoulement parfait

On considère une coupe du profil d'une aile du Sky-Sailor (figure 1.3). La surface extérieure de l'aile est appelée extrados, la surface intérieure intrados. On adopte le modèle très simplifié suivant :

- l'écoulement de fluide autour des ailes est parfait, stationnaire et unidirectionnel ; nous noterons L_i , P_i (respectivement L_e , P_e) la longueur de l'intrados (respectivement de l'extrados) et la pression immédiatement sous l'aile (respectivement au dessus de l'aile) supposée constante ;
- la vitesse immédiatement sous l'intrados supposée constante est prise égale à V et on note V_e la vitesse immédiatement au dessus de l'extrados également prise constante ;
- l'intrados est parallèle au sol.

Dans cette sous-partie 1.1.1, nous travaillerons dans le référentiel (\mathcal{R}') lié aux ailes.

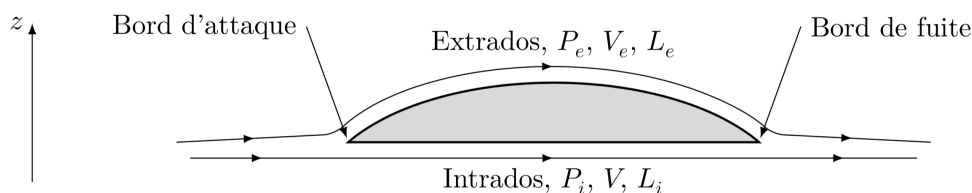


Fig. 1.3 – Représentation schématique de deux lignes de courant au voisinage de l'intrados et de l'extrados d'une aile du Sky-Sailor

Dans le cadre d'un modèle simple, on admet que tout se passe comme si les particules fluides parcourent les trajets le long de l'intrados et de l'extrados pendant la même durée.

1. Trouver la relation entre L_i , V , L_e et V_e .

Dans le cadre des hypothèses de travail, en notant v la vitesse relative d'une particule de fluide vis-à-vis du référentiel (\mathcal{R}') , situé à l'altitude z , le théorème de BERNOULLI s'écrit $\frac{P}{\rho} + \frac{1}{2}v^2 + gz = \text{cste}$.

2. La longueur de l'extrados est plus grande que celle de l'intrados. En négligeant la variation d'altitude de l'aile, montrer qualitativement, à l'aide du théorème de BERNOULLI, l'existence de la force de la portance.
3. En déduire l'expression de l'intensité de la force de portance F_p s'exerçant sur les ailes en fonction de P_i , P_e et S puis en fonction de ρ , S , V , L_i et L_e .
4. En déduire que l'expression du coefficient de portance est :

$$C_p = \left(\frac{L_e}{L_i}\right)^2 - 1$$

5. Sachant que l'extrados est 2,0 % plus long que l'intrados, calculer numériquement C_p .

1.1.2 Étude mécanique

Dans cette sous-partie 1.1.2, nous travaillons dans le référentiel (\mathcal{R}) supposé galiléen.

On remplace le modèle de l'écoulement parfait décrit précédemment par le modèle d'écoulement visqueux gazeux. L'écoulement de gaz autour des ailes s'accompagne maintenant, en plus de la force de portance, d'une force de frottement fluide appelée trainée $\vec{F}_t = -\frac{1}{2}\rho S C_t \|\vec{V}\| \vec{V}$, avec C_t un coefficient sans unité appelé coefficient de trainée. Nous admettrons ici que le coefficient C_t est constant.

En sus de ces deux forces aérodynamiques, l'avion est soumis à son poids \vec{P} et à la force de propulsion \vec{T} due au système de propulsion (moteur et hélices).

6. Faire un schéma des forces s'exerçant sur l'avion. Pour simplifier, on supposera que toutes ces forces s'appliquent au centre de masse G de l'avion.
7. Trouver une relation littérale entre P , T et $f = C_p/C_t$ la finesse de l'avion.
8. On définit la puissance motrice P_m (puissance mécanique) comme la puissance nécessaire à propulser l'avion dans l'atmosphère. Montrer que cette puissance a pour expression :

$$P_m = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{2g^3 M_{av}^3}{\rho C_p S}}$$

9. Est-il plus facile sur Mars de voler à basse ou à haute altitude ? Justifier la réponse (comme l'altitude de l'avion demeure faible devant le rayon de la planète, on négligera la variation de l'intensité du champ de pesanteur avec l'altitude).
10. Le coefficient de portance du Sky-Sailor vaut : $C_p = 0,80$ (valeur tabulée que nous conserverons par la suite). Comparer cette valeur à celle trouvée à la question 5. Proposer une explication de la différence entre les valeurs de C_p calculée et tabulée.
11. Calculer numériquement la vitesse V et la puissance motrice pour un vol à basse altitude ($z \simeq 0$). Comparer cette puissance à celle d'un dispositif du quotidien consommant de l'énergie. Le système de propulsion est-il suffisamment puissant ?

Données

Données

Constantes universelles

Constante de gravitation universelle

$G = 6,673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

Constante des gaz parfaits

$R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Extrait du tableau périodique des éléments

Hydrogène 1 H 1,0080	← Nom de l'élément ← Numéro atomique ← Symbole chimique ← Masse molaire atomique						Hélium 2 He 4,0026
Lithium 3 Li 6,9395	Béryllium 4 Be 9,0122	Bore 5 B 10,814	Carbone 6 C 12,011	Azote 7 N 14,007	Oxygène 8 O 15,999	Fluor 9 F 18,998	Néon 10 Ne 20,180
Sodium 11 Na 22,990	Magnésium 12 Mg 24,306	Aluminium 13 Al 26,982	Silicium 14 Si 28,085	Phosphore 15 P 30,974	Soufre 16 S 32,068	Chlore 17 Cl 35,452	Argon 18 Ar 39,948

Enthalpies standard de formation (à $T_1 = 298 \text{ K}$)

Perchlorate de potassium solide

$\Delta_f H^\circ_{\text{KClO}_4(\text{s})} = -432,8 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

Chlorate de potassium solide

$\Delta_f H^\circ_{\text{KClO}_3(\text{s})} = -397,7 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

Dioxygène gazeux

$\Delta_f H^\circ_{\text{O}_2(\text{g})} = 0 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

Données sur le dioxyde de carbone

Point triple

$P_T = 5,19 \text{ bar}, T_T = 217 \text{ K}$

Point critique

$P_C = 73,8 \text{ bar}, T_C = 304 \text{ K}$

Pression de vapeur saturante à $T_a = 1,5 \times 10^2 \text{ K}$

$P_{vs}(T_a) = 8,0 \times 10^2 \text{ Pa}$

Masse molaire de la carboglace

$M_s = 44,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Données supposées indépendantes de la température

Chaleur latente massique de sublimation de la carboglace

$\ell_{\text{subl}} = 5,7 \times 10^2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

Coefficient de conductivité thermique de la carboglace

$\lambda_s = 0,20 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Masse volumique de la carboglace

$\rho_s = 1,6 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Données sur la planète Mars

Rayon moyen

$R_M = 3389 \text{ km}$

Masse

$M_M = 6,39 \times 10^{23} \text{ kg}$

Intensité du champ de pesanteur au sol

$g_0 = 3,71 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Masse molaire de l'atmosphère

$M = 43,3 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Masse volumique de l'atmosphère au sol

$\rho_0 = 1,20 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Pression atmosphérique moyenne au sol

$P_0 = 8,00 \times 10^2 \text{ Pa}$

Température uniforme de l'atmosphère

$T_0 = 210 \text{ K}$

Durée du jour sidéral

$T_{\text{sid}} = 8,86 \times 10^4 \text{ s} = 24 \text{ h } 37 \text{ min}$

Durée de l'année

$T_{\text{an}} = 669 T_{\text{sid}} = 688 \text{ jours sidéraux terrestres}$

Mars possède quatre saisons, toutes de même durée, $T_{\text{an}}/4$.

• • • FIN • • •

2.1 Roue-vanne de Sagebien

Ce problème décrit le principe d'une roue-vanne utilisée pour les moulins à eau de forte puissance depuis son invention au XIX^e siècle par ALPHONSE SAGEBIEN.

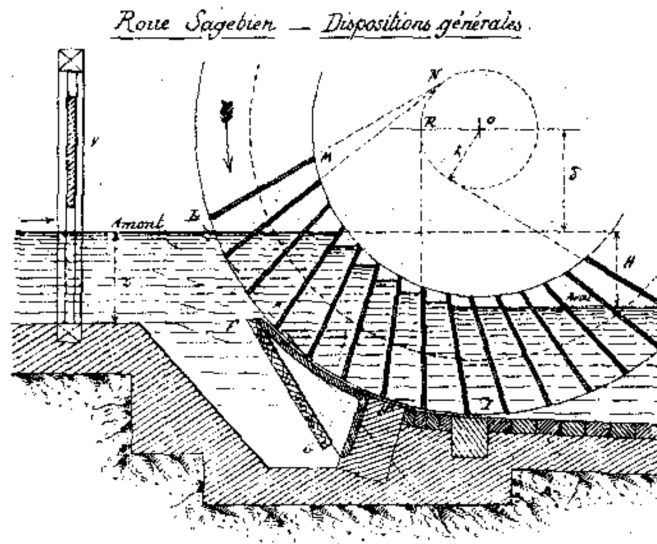


Fig. 2.1 – Schéma historique d'une roue SAGEBIEN

Les roues SAGEBIEN construites à la fin du XIX^e siècle ont atteint des rendements supérieurs à ceux des meilleures turbines, dépassant régulièrement les 80 %. La figure 2.1 présente un schéma historique de roue-vanne de SAGEBIEN, montrant le dispositif d'obturation du canal d'entrée, permettant l'arrêt de la roue.

La roue-vanne de SAGEBIEN est une roue étroite, à aubes et à rotation lente. L'eau y est amenée par un canal fermé de telle sorte que la roue empêche l'écoulement de l'eau lorsqu'elle ne tourne pas (dans un fonctionnement idéal, sans fuite).

La masse volumique de l'eau vaut $\rho = 1 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; la pression atmosphérique est $p_0 = 1 \text{ bar}$. Le schéma de principe de la roue-vanne est présenté sur la figure 2.2. On notera Ox l'axe (horizontal) de rotation de la roue-vanne.

La vitesse de l'eau dans le canal d'arrivée est égale à celle de l'eau dans le canal de sortie; on notera \vec{v} cette vitesse et v sa norme. Le canal d'arrivée (amont) est situé à une hauteur supérieure de H à celle du canal de sortie (aval). On choisira un axe Oz vertical ascendant de sorte que l'altitude de la surface du canal d'entrée est $z = 0$. L'accélération de la pesanteur est notée \vec{g} , de norme g . On notera h_0 la profondeur commune des canaux d'entrée et de sortie.

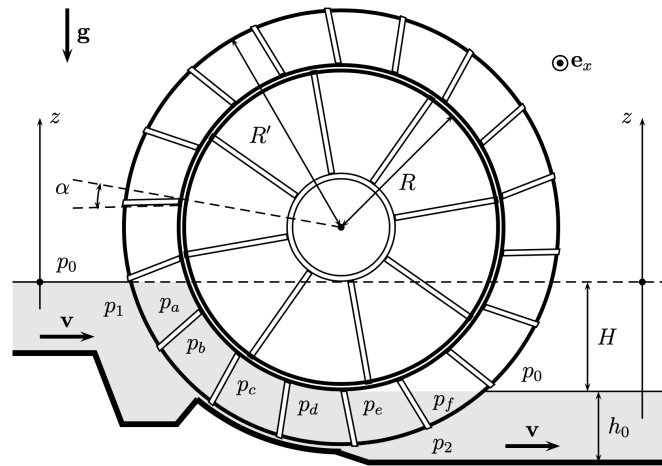


Fig. 2.2 – Roue-vanne de SAGEBIEN

La roue comporte N pales rectangulaires, de faible épaisseur, régulièrement disposées entre deux cylindres de rayons R et $R' > R$. La largeur de la roue (perpendiculairement au plan de la figure 2.2) est égale à celle des canaux d'entrée et de sortie ; on la notera d . Chacune des pales est inclinée d'un faible angle α par rapport au rayon de la roue.

Afin d'assurer un fonctionnement sans déperdition d'énergie, on souhaite que la vitesse des diverses pales de la roue en contact avec l'eau soit aussi proche que possible de la vitesse d'amenée et de départ de l'eau.

À toutes fins utiles, on précise que le volume V de la section d'angle β du tore à section rectangulaire représenté en gris sur la figure 2.3 est donné par la relation $V = \frac{1}{2}\beta c(b^2 - a^2)$.

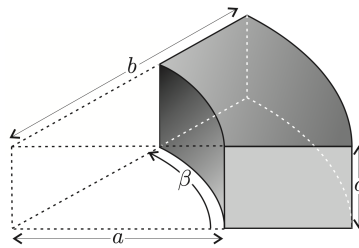


Fig. 2.3 – Tore à section rectangulaire

2.1.1 Étude dynamique du mouvement de la roue-vanne

12. Déterminer le débit massique D_m d'eau qui traverse le dispositif. Expliciter la vitesse angulaire ω de la roue en fonction de v et des paramètres géométriques décrivant la roue-vanne.
13. Quelle relation faut-il imposer entre R , R' et h_0 pour que la vitesse v de l'eau soit égale à la vitesse moyenne des points d'une pale de la roue ? On se placera dans ce cas dans la suite. Déterminer les valeurs de h_0 et R' si $D_m = 3,6 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$, $d = 1,40 \text{ m}$, $R = 11,0 \text{ m}$ et $v = 0,60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
14. Déterminer les relations donnant les champs de pression en amont de la roue $p_1(z)$ et en aval de celle-ci $p_2(z)$ en fonction des données.

Dans un modèle élémentaire, toutes les pales sauf une subissent la même répartition de pression sur les deux faces de la pale, qu'il s'agisse de $p_a = p_b = p_c = p_1(z)$ (pour les pales immergées du côté amont) ou de $p_d = p_e = p_f = p_2(z)$ (pour les pales immergées du côté aval). Ces pales sont dites *inactives*. La seule *pale active* subit sur l'une de ses faces le champ de pression $p_c = p_1(z)$ et sur l'autre le champ de pression $p_d = p_2(z)$.

15. Déterminer la résultante des forces de pression exercées sur une pale inactive. Déterminer la résultante des forces de pression exercées sur la pale active. Déterminer le moment $\vec{M} = M \vec{e}_x$ des

forces de pression exercées sur l'ensemble de la roue.

16. Comment ce résultat est-il modifié si les diverses pales séparent la zone d'écoulement en volumes à pression constante et régulièrement décalées : $p_1(z) = p_a > p_b > p_c > p_d > p_e > p_f = p_2(z)$.
17. Application numérique : on donne $H = 3,0 \text{ m}$ et $g = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Déterminer le couple Γ exercé par la roue-vanne sur son axe de rotation.
18. Dédurre de vos connaissances personnelles une évaluation de l'ordre de grandeur du couple moteur nominal développé par une automobile courante, et le comparer à Γ . À titre documentaire, on rappelle qu'un « cheval-vapeur » ou hp vaut $1 \text{ hp} \simeq 0,74 \text{ kW}$.

2.1.2 Bilans énergétiques de fonctionnement

19. Quelle est la puissance \mathcal{P} des forces mécaniques exercées sur la roue par l'eau ? Commenter l'ordre de grandeur obtenu. On considère le système \mathcal{S} constitué par l'eau contenue entre deux sections droites du canal, l'une située en amont de la roue et l'autre en aval.
20. Dédurre d'un bilan d'énergie appliqué à \mathcal{S} , l'expression de la puissance fournie par l'eau à la roue.
21. Définir et calculer le rendement énergétique η de la roue. Commenter ; préciser en particulier les causes probables, à votre avis, d'une diminution du rendement effectif du dispositif.

Une roue-vanne a été construite par ALPHONSE SAGEBIEN en 1867 pour l'alimentation de puissance des pompes d'amenée d'eau au canal de l'Ourcq (par prélèvement dans le cours de la Marne). Cette pompe est toujours en état de marche ; son rendement pratique est estimé à 90 %.