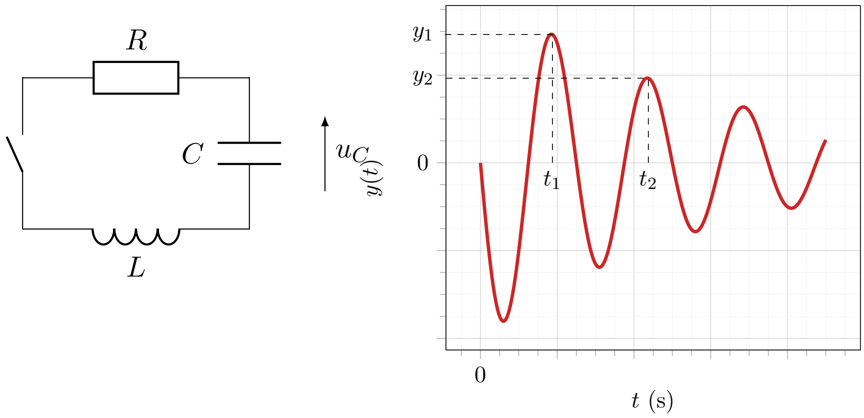
12 Circuits du 2e ordre

12.1 Problèmes de khôlle

12.1.1 Circuit RLC série en régime libre

On étudie le circuit ci-dessous où le condensateur est initialement chargé : $u_C(t = 0^-) = U_0$.

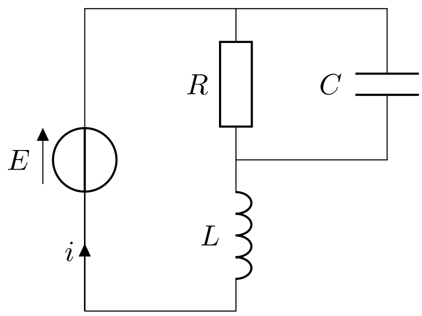


1. Déterminer les valeurs de i, de u_C et de u_L à la fermeture du circuit en $t = 0^+$, puis en régime permanent pour $t \to +\infty$.
2. Parmi ces grandeurs, laquelle correspond à y représentée ci-dessous ? Comment doit-on procéder pour la mesurer ? Indiquer sur le schéma les branchements de l'oscilloscope.
3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par le courant i en fonction de $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ et $m = R/2L\omega_0$.
4. On suppose $m < 1$. Déterminer la solution en fonction de $\Omega = \omega_0\sqrt{1 - m^2}$. Que représente Ω ? Comment peut-on l'évaluer à partir de la courbe ?
5. En utilisant des approximations adéquates, trouver une relation simple entre le rapport y_1/y_2 et m.
6. Proposer un montage pour compenser l'amortissement.

CCINP

12.1.2 Circuit RLC parallèle

Considérons le circuit représenté ci-contre, où le condensateur est initialement déchargé. Le générateur fournit un échelon de tension, en passant de 0 à E à $t = 0$.



1. Établir l'équation différentielle vérifiée par le courant i.
2. L'écrire sous forme canonique en introduisant deux grandeurs ω_0 et Q que l'on interprétera.
3. Expliquer qualitativement l'expression du facteur de qualité.
4. Donner la valeur du courant i et de sa dérivée à l'instant initial.
5. En supposant $Q = 2$, donner l'expression de $i(t)$ et tracer son allure.

CCINP

12.1.3 Circuit du second ordre L et $R \parallel C$

On considère un circuit électrique constitué d'un générateur de tension continue idéal E, d'une bobine idéale d'inductance L, d'un condensateur idéal de capacité C, d'un interrupteur et d'une résistance de valeur R disposés comme sur le schéma de la figure 12.1 . L'interrupteur est ouvert depuis suffisamment longtemps pour qu'un régime permanent soit installé pour les instants $t < 0$, et à l'instant $t = 0$, on ferme le circuit. On note alors $i(t)$ le courant qui sort du générateur.

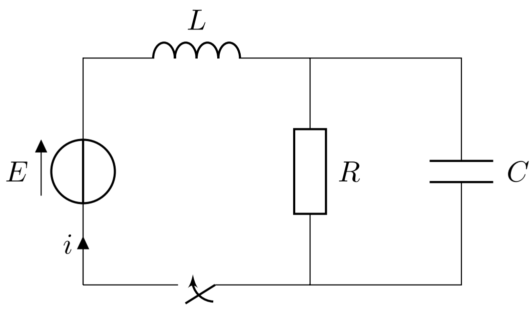


Fig. 12.1

1. Compléter le circuit électrique en prenant soin de mettre en évidence le courant et les tensions aux bornes de divers dipôles.
2. Établir, par continuité de grandeurs à préciser, la valeur de la tension aux bornes du condensateur $u_C(t = 0)$ ainsi que celle de l'intensité qui circule dans cette même branche.
3. Prévoir, sans calculs excessifs, la valeur de la tension aux bornes du condensateur $u_C(t = +\infty)$ lorsque le régime permanent sera établi.
4. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur $u_C(t)$. En déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q du système étudié.
5. A quelle condition, portant sur la valeur de C, obtient-on un régime pseudo-périodique ? Établir l'expression générale de $u_C(t)$ si cette condition est vérifiée (on ne cherchera pas à déterminer les constantes d'intégration).
6. On donne
$$\delta = \frac{1}{N} \ln \left(\frac{u_C(t) - u_C(t \to \infty)}{u_C(t + NT) - u_C(t \to \infty} \right)$$
où $N \in \mathbb{N}$ et T est la pseudo-période. Exprimer δ en fonction de Q