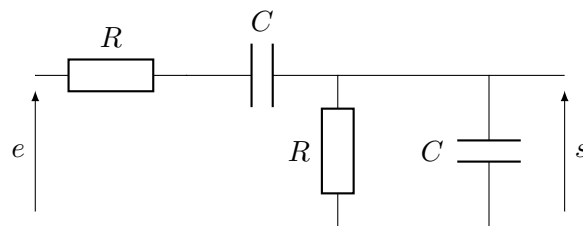


14 Régime sinusoïdal forcé & filtrage linéaire

14.1 Problèmes de khôlle

14.1.1 Capteur de Wien

On s'intéresse au filtre de WIEN représenté ci-dessous. Ce type de filtre est notamment utilisé dans des oscillateurs auto-entretenus assez simples à réaliser :



1. Par analyse des comportements asymptotiques, déterminer le type de filtre dont il s'agit.
2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}$ du filtre.
3. On pose $\omega_0 = 1/RC$ et $x = \omega/\omega_0$. Écrire la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)}$$

4. Calculer simplement le gain maximal du filtre, exprimer sa valeur de dB, et calculer le déphasage correspondant.
5. Représenter le diagramme de BODE asymptotique du filtre et en déduire qualitativement le tracé réel.
6. Calculer la pulsation propre ω_0 pour $R = 1,0 \text{ k}\Omega$ et $C = 500 \text{ nF}$. Donner le signal de sortie du filtre si le signal d'entrée est :

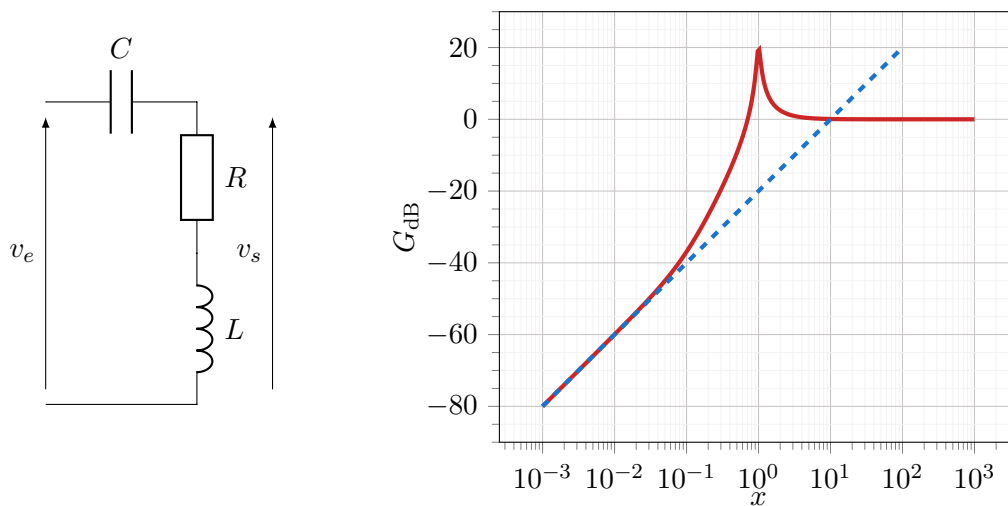
$$e(t) = E_0 + E_0 \cos(\omega t) + E_0 \cos(10\omega t) + E_0 \cos(100\omega t)$$

avec $E_0 = 10 \text{ V}$ et $\omega = 200 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

CCINP

14.1.2 Filtre RLC

On étudie le filtre ci-dessous :



1. Identifier sans calcul la nature du filtre du montage proposé.
2. Déterminer la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H} = \frac{\frac{jx}{Q} - x^2}{1 + \frac{jx}{Q} - x^2} \quad \text{avec} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

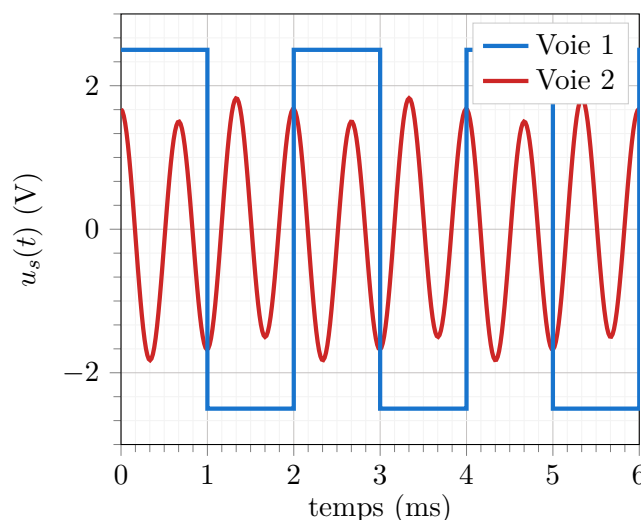
Identifier la fréquence de résonance ω_0 et le facteur de qualité Q .

3. On donne le diagramme de BODE du filtre. Expliquer les valeurs prises par la pente en haute et basse fréquence. Déterminer la valeur de Q .
4. On met un signal triangulaire en entrée. Pour le même signal d'entrée mais pour deux valeurs différentes de R , on obtient un signal carré très atténué puis un signal formé d'une succession d'impulsions. Expliquer.

Banque PT

14.1.3 Étude expérimentale d'un filtre

La figure ci-dessous représente les signaux d'entrée (voie 1) et de sortie (voie 2) d'un filtre acquis via un oscilloscope numérique.



La fonction de transfert du filtre est donnée par :

$$\underline{H} = \frac{v_s}{v_e} = \frac{2H_0\xi jx}{1 + 2\xi jx - x^2}$$

avec $j^2 = -1$; $x = f/f_0$; $H_0 = 2$; $\xi = 0,05$ et $f_0 = 1,5$ kHz.

1. Donner l'amplitude, la fréquence et la valeur moyenne du signal créneau.
2. Montrer que la fonction de transfert donnée est celle d'un filtre passe-bande. En déduire l'expression et la valeur de sa bande passante.

On donne la décomposition en série de FOURIER d'un signal créneau de fréquence f et de valeur moyenne nulle :

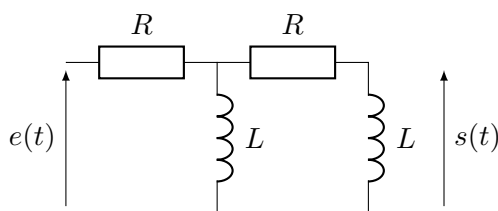
$$v_e(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(2\pi k f t) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cos(2\pi k f t)$$

3. Justifier que $\forall k, B_k = 0$ dans le cas du signal créneau de l'oscillogramme. Représenter le spectre du signal sachant que $A_k = 0$ si k est pair et A_k est proportionnel à $1/k$ si k est impair.
4. Dans un premier temps, on approxime le signal de sortie par une sinusoïde parfaite $v_s = V_{s,\max} \sin(\omega t + \phi)$. D'après l'oscillogramme, donner l'amplitude et la fréquence de la sinusoïde ainsi modélisée.
5. On prend cette fois-ci en compte deux sinusoïdes. Expliquer la courbe observée. Calculer le rapport de leurs amplitudes dans le signal de sortie, sachant que $|\underline{H}(x = 1/3)| = 0,075 H_0$.

Banque PT

14.1.4 Filtre ADSL

On s'intéresse à la fonction de transfert d'un filtre ADSL dont le circuit simplifié est le suivant :



1. Établir la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{s}{e}$ et la mettre sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 - \frac{1}{x^2} - \frac{3}{jx}}$$

avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. On donnera l'expression de ω_0 en fonction de L et R .

2. Tracer le diagramme de BODE asymptotique en fonction de $\log(x)$ et donner la pulsation de coupure ω_c du filtre. Quelle est la nature du filtre ?

Les fréquences internet varient entre 25 Hz et 3,4 kHz, les fréquences téléphone entre 68 kHz et 276 kHz.

3. On utilise $L = 4$ mH, déterminer R pour récupérer les fréquences téléphoniques.

Banque PT