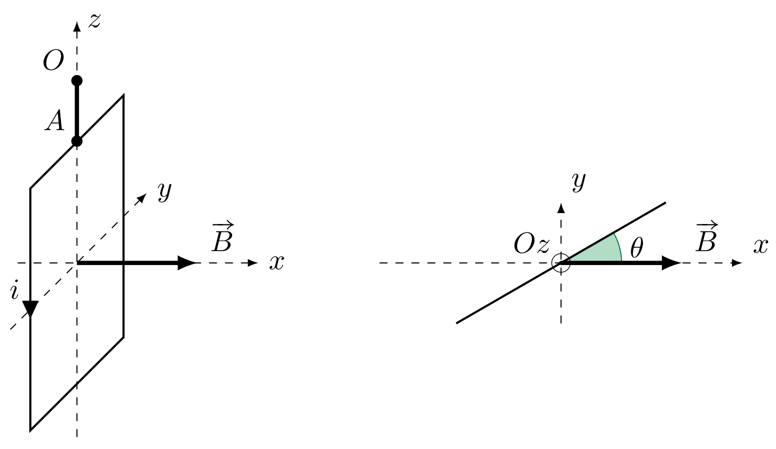
17 Conversion électro-mécanique

17.1 Problèmes de khôlle

17.1.1 Moment de Laplace et spire

On considère une spire plate carrée de côté a et de moment d'inertie J_Δ. Un fil de torsion est attaché au point A, situé au milieu d'un des côtés de la spire. Ce fil de torsion est fixé en O et exerce en A un couple $-C\,(\theta - \theta_0)\,\vec{e_z}$ où θ_0 est l'angle de torsion à vide du fil et C sa constante de torsion. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme perpendiculaire à (Oz). On note θ l'angle entre le plan de la spire et le champ magnétique.

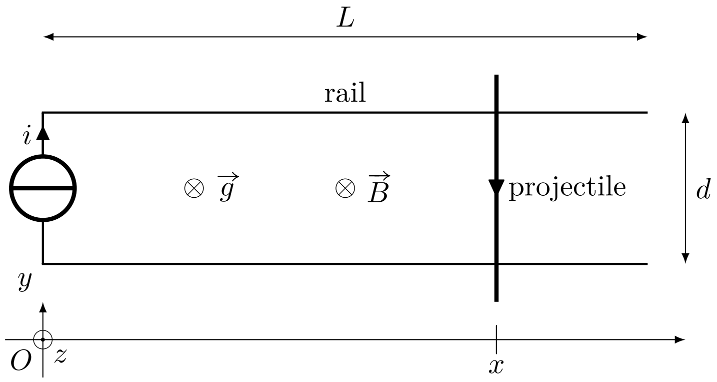


Á l'instant initial, aucun courant ne circule dans la bobine, et elle est en équilibre dans le plan contenant le champ magnétique. On y établit alors un courant d'intensité I constante comme représenté sur le schéma. La bobine se met en mouvement puis finit par s'immobiliser dans une nouvelle position d'équilibre θ_{eq}. Pour simplifier, on négligera les phénomènes d'induction.

1. Établir l'expression de l'angle θ_0.
2. Établir l'équation vérifiée par l'angle θ_{eq} à l'équilibre. À partir d'une représentation graphique, analyser les solutions possibles.
3. Établir l'équation différentielle du mouvement de la bobine lorsque la bobine est lâchée sans vitesse de rotation et avec un angle initial vérifiant $\theta = \theta_{\text{eq}} - \alpha$ où $\alpha \ll \theta$. En déduire la période du mouvement et commenter le résultat.

17.1.2 Propulseur électromagnétique

On cherche à utiliser la force de LAPLACE pour propulser une barre conductrice à grande vitesse sans utiliser de mélange détonant. Le dispositif mis en œuvre est le suivant :

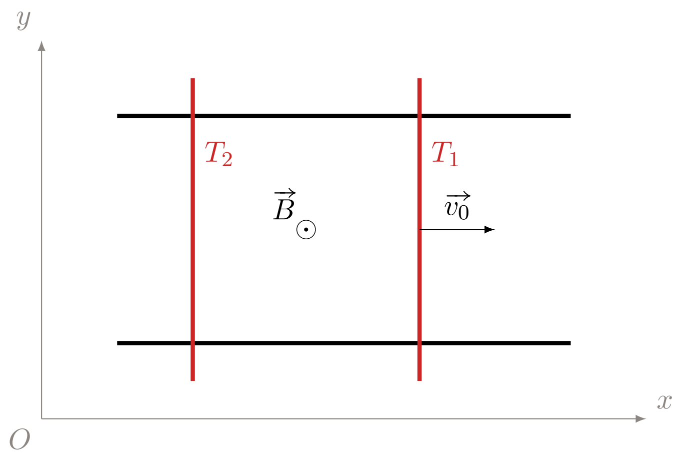


Le projectile est une tige conductrice en liaison glissière avec des rails conducteurs parallèles de longueur L et distants de d,placée initialement à l'origine du repère avec une vitesse nulle. Un générateur de courant impose dans le circuit ainsi formé un courant d'intensité I. Le dispositif baigne dans un champ magnétique $\vec{B} = -B\vec{u_z}$ que l'on suppose uniforme. La masse du projectile est notée m.

1. Établir l'équation différentielle qui gouverne l'évolution de la position de la barre au cours du temps.
2. En déduire une expression de la vitesse V, atteinte par le projectile à l'extrémité des rails, en fonction des données du problème.
3. Le prototype franco-allemand Pegasus, long de 6 m et dont les rails sont séparés de 4 cm, utilise un courant de 1×10^6 A. Il permet de lancer un projectile de 360 g à une vitesse de $2000\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Quelle est la valeur de la norme du champ magnétique utilisé ?
4. En réalité, on ne peut pas totalement négliger les forces de frottement fluides $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$ qui s'appliquent sur le projectile. La norme du champ magnétique est égale à 110 % de la valeur calculée précédemment. En supposant que $\frac{m}{\alpha} \ll t_f$, où t_f est l'instant où le projectile sort du propulseur, en déduire la valeur de α.

17.1.3 Double rail de Laplace

Deux tiges T_1 et T_2 identiques (masse m, résistance R) sont mobiles sans frottement sur deux rails parallèles, séparés d'une distance a, et situés dans un plan horizontal :



Un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u_z}$, permanent, uniforme et vertical, règne en tout point de l'espace. À l'instant initial, on communique à la tige T_1 une vitesse $\vec{v_0} = v_0\vec{u_x}$ tandis que T_2 est immobile. On néglige les effets dus au champ propre.

1. Établir les équations couplées vérifiées par, d'une part la vitesse v_1 de la tige T_1 et d'autre part, par la vitesse v_2 de la tige T_2. On fera apparaître la grandeur $\tau = \frac{mR}{(aB)^2}$.
2. En déduire les expression de $v_1(t)$ et de $v_2(t)$.
3. Montrer que la conservation de l'énergie est bien vérifiée.

Banque PT