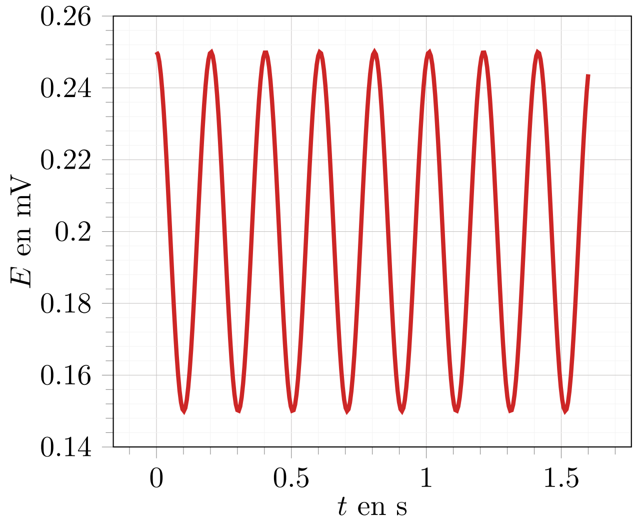
18 Ondes & spectres

18.1 Problèmes de khôlle

18.1.1 Oscillateur harmonique incliné

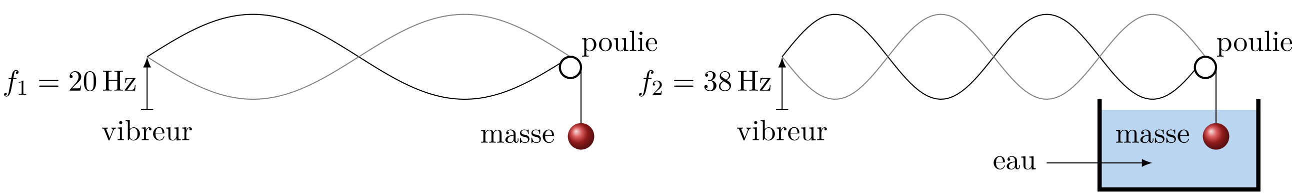
On donne le signal sinusoïdal ci-dessous :



1. Représenter la décomposition spectrale du signal tracé ci-dessus.
2. On supprime la fréquence la plus haute, représenter le signal résultant.
3. On supprime la fréquence la plus basse, représenter le signal résultant.

18.1.2 Corde de Melde

On réalise une expérience en utilisant une corde, un vibreur, une poulie et une sphère de métal de nature inconnue. On supposera la corde inextensible de masse linéique μ, le vibreur est réglable et la poulie idéale. On réalise deux expériences résumées ci-dessous pour lesquelles le vibreur est réglé de façon à obtenir les ondes stationnaires suivantes :



1. Par analyse dimensionnelle trouver les valeurs de a et b tel que la célérité de l'onde c vérifie $c = T^a\mu^b$, où T est la tension du fil et μ est la masse linéique du fil.

2. On donne les masses volumiques de l'or et du plomb : $\rho(\text{Au}) \simeq 19 \times 10^3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et $\rho(\text{Pb}) \simeq 11{,}3 \times 10^3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$. La masse mystérieuse est-elle du plomb ou de l'or ?

Banque PT

18.1.3 Signaux sinusoïdaux

On considère les tensions suivantes :

$$u_1(t) = U_1\cos(2\pi f_1 t) \quad \text{et} \quad u_2(t) = U_2\cos(2\pi f_2 t + \varphi)$$

avec $U_1 = 10\,\text{V}$, $U_2 = 5\,\text{V}$, $f_1 = 40\,\text{Hz}$, $f_2 = 60\,\text{Hz}$, et $\varphi = \frac{3\pi}{4}$.

1. Définir la valeur moyenne et efficace de u_1, l'exprimer puis calculer sa valeur.

Un montage additionneur permet d'obtenir la tension $u_s(t) = u_1(t) + u_2(t)$.

2. Tracer le spectre de la fonction u_s.
3. S'agit-il d'une tension périodique ? Si oui, déterminer sa fréquence.

Un montage multiplieur permet d'obtenir la tension $u_p(t) = ku_1(t) \times u_2(t)$ o ù$k = 0{,}2\,\text{V}^{-1}$.

4. Tracer le spectre de u_p.
5. Que se passerait-il si les deux tensions étaient synchrones ?

Données :

$\cos a \cos b = \frac{1}{2}\left(\cos(a+b) + \cos(a-b)\right)$.

18.1.4 β-carotène

La chaîne carbonée du β-carotène comporte 11 doubles liaisons alternées avec des simples liaisons, ce qui permet à certains électrons de se délocaliser sur toute la longueur L de la molécule.

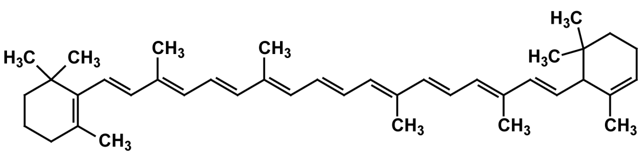


Fig. 18.1 – Chaîne carbonée du β-carotène

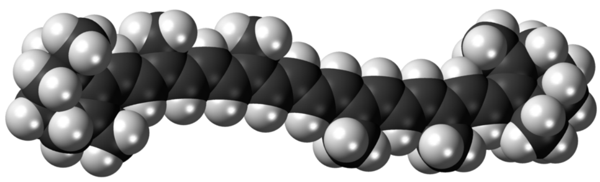


Fig. 18.2 – Modèle 3D du β-carotène

Si on note Ox l'axe sur lequel peuvent se déplacer les électrons, leur probabilité de présence en un point x donné et à un instant t est décrite par une fonction $\psi(x,t)$ qui a le même comportement que le mouvement vertical d'une corde de MELDE dans laquelle se développe une onde stationnaire.

1. Rappeler l'expression d'une onde plane sinusoïdale stationnaire.
2. En admettant que l'électron a une probabilité nulle de se trouver en $x = 0$, établir l'expression de la fonction $\psi(x,t)$.

3. En admettant que l'électron a une probabilité nulle de se trouver en $x = L$, établir l'expression des longueurs d'onde λ_n que peut prendre cet électron.
4. Tracer le cas $n = 4$ et indiquer les lieux où les électrons ne se trouvent jamais.

Une particule quantique comme l'électron est un système que l'on peut décrire comme un corps ponctuel de masse m et une onde de longueur d'onde λ. Cette dualité onde-corpuscule se traduit par la relation $p = mv = \frac{h}{\lambda}$ où v est la vitesse locale de l'électron. Dans le cas étudié précédemment, l'électron ne peut exister que dans la zone comprise entre $x = 0$ et $x = L$ où son énergie potentielle $\mathcal{E}_p$ est toujours nulle.

5. Exprimer l'énergie mécanique de l'électron et montrer qu'elle est quantifiée selon : $E_n = \frac{n^2h^2}{8mL^2}$.

Les photons sont également des particules à la fois ondes et corpuscules (sans masse !). L'énergie qu'ils transportent est elle-aussi quantifiée et est décrite par la relation $\Delta E = hf$ où f est la fréquence du photon et ΔE l'énergie qu'il peut céder. Lorsqu'il reçoit un photon de la bonne longueur d'onde, un électron de la chaîne carbonée du β-carotène peut passer d'un état stable d'énergie E_n à un état excité E_p où $p > n$.

6. On donne $\frac{8mL^2}{h} \simeq 35.10^{-15}$ USI. Quelle longueur d'onde doit on employer pour faire passer un électron du niveau $n = 11$ (dernier niveau stable) au niveau $n = 12$ (premier niveau excité) ?
7. En déduire la couleur dominante de la carotte.