

Table des matières

16	ARQS	2
16.1	Exercices d'application	2
16.1.1	Capacité d'un condensateur cylindrique	2
16.1.2	Effet JOULE dans l'ARQS	2
16.1.3	Auto-inductance d'un circuit électrique.....	3
16.2	Problèmes	3
16.2.1	Câble coaxial surfacique.....	3
16.2.2	Courants de FOUCAULT	4
16.2.3	Pince ampèremétrique	5
16.2.4	Énergie électromagnétique d'une bobine.....	5
16.3	Oral Banque PT	6
16.3.1	Émission radioactive	6
16.4	Annales	6
16.4.1	Étude de divers capteurs	6
16.4.2	Premiers instruments électroniques (Extrait de 2018 Banque PT A).....	10

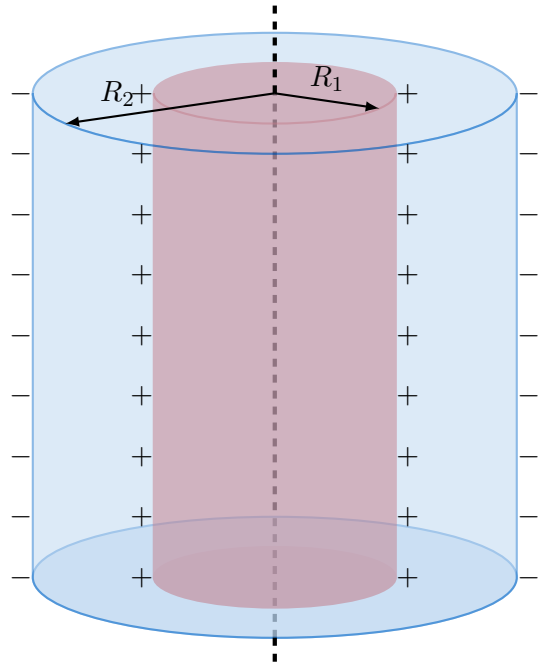
16 Approximation des régimes quasi-stationnaires

16.1 Exercices d'application

16.1.1 Capacité d'un condensateur cylindrique

Soit un condensateur cylindrique de longueur L , à air dont la permittivité diélectrique est assimilable à celle du vide ε_0 , formé de deux armatures cylindriques coaxiales, de rayon R_1 et R_2 , avec $R_1 < R_2$. L'armature intérieure de rayon R_1 porte une charge totale $+Q$ uniformément répartie en surface. L'armature extérieure porte la charge totale $-Q$ uniformément répartie en surface.

1. Montrer que le champ électrostatique en tout point de l'espace se met sous la forme : $\vec{E} = E(r)\vec{u}_r$.
2. Déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}$ en tout point de l'espace.
3. En déduire la différence de potentiel $V_1 - V_2$ entre les deux armatures en fonction de Q , R_1 , R_2 , L et ε_0 .
4. En déduire l'expression de la capacité de ce condensateur cylindrique en fonction de R_1 , R_2 , L et ε_0 .
5. Simplifier cette expression dans le cas où $R_2 - R_1 = e \simeq R_1$.



Données :

En coordonnées cylindriques $\vec{\text{grad}} M = \frac{\partial M}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial M}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{\partial M}{\partial z} \vec{u}_z$

16.1.2 Effet Joule dans l'ARQS

Un four à induction fonctionne selon le même principe que les tables de cuisson à induction : un échantillon de métal à fondre est soumis à un champ magnétique rapidement variable, qui y crée des courants de FOUCAULT ; le chauffage puis la fusion du matériau se font par effet JOULE consécutivement à l'apparition de ces courants.

L'échantillon à fondre est un cylindre homogène d'axe Oz , de hauteur H et de rayon R . Il est constitué d'un métal de conductivité électrique γ . On admettra que les phénomènes d'induction font apparaître dans le cylindre un champ électrique

$$\vec{E} = \vec{E}(M, t) = \frac{B_0 \omega}{2} \sin(\omega t) r \vec{u}_\theta$$

On néglige le champ magnétique créé par les courants induits.

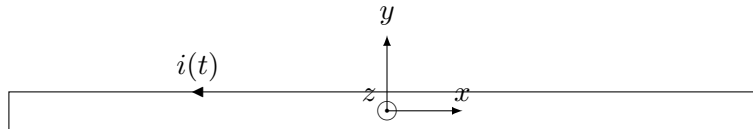
1. En déduire l'expression de la densité volumique $\vec{j}(M, t)$ des courants induits, dits de FOUCAULT, qui circulent dans le cylindre métallique.
2. En déduire l'expression de la puissance volumique locale $p_v(M, t)$ cédée par le champ électrique aux porteurs de charge.
3. Exprimer alors la puissance instantanée totale $\mathcal{P}(t)$ transférée au cylindre, ainsi que sa valeur moyenne.
4. Exprimer la puissance rayonnée par le champ électromagnétique sur la paroi du cylindre. Commenter le signe obtenu.
5. Le métal est initialement à la température T_0 , exprimer la durée de chauffage nécessaire pour procéder à sa fusion complète en fonction de T_{fus} la température de fusion, μ sa masse volumique et ℓ_{fus} son enthalpie massique de fusion. On supposera que la période des oscillations du champ magnétique est faible devant la durée du chauffage, tout en restant dans les limites de l'ARQS magnétique.

Données :

$$-\text{rot } \vec{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{u}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial r A_\theta}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{u}_z$$

16.1.3 Auto-inductance d'un circuit électrique

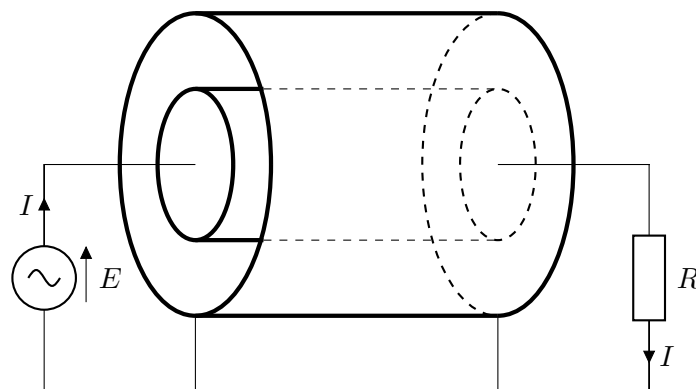
On considère un circuit électrique composé d'une seule maille rectangulaire, de côté $2a$ et $2b$, avec $b \ll a$, de sorte que l'on puisse modéliser ce circuit par deux fils « infinis », de rayon R parallèles parcourus par le courant $i(t)$.

**Fig. 16.1** – Circuit électrique

1. Retrouver l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M)$ généré par un fil de longueur infini et de rayon R , parcouru par un courant I constant, en tout point de l'espace. On ne négligera pas le rayon du fil.
2. On se place dans le cadre de l'ARQS magnétique, on place un repère cartésien dans le plan des deux fils, comme représenté en figure 16.1. En déduire l'expression du champ $\vec{B}$ en tout point M tel que $z_M = 0$.
3. En déduire l'expression de l'auto-inductance du circuit électrique.

16.2 Problèmes**16.2.1 Câble coaxial surfacique**

On considère un câble coaxial composé d'un conducteur cylindrique plein, de rayon R_1 , de longueur h , d'axe Oz , entouré d'un conducteur cylindrique surfacique de rayon R_2 . Le conducteur intérieur est parcouru par un courant I de densité volumique de courant $\vec{j}_1 = j_1 \vec{u}_z$ uniforme. Le conducteur intérieur est parcouru par le même courant I circulant en sens opposé, de densité surfacique de courant $\vec{j}_2 = j_2 \vec{u}_z$. Les deux conducteurs sont liés entre eux à la sortie du câble coaxial par une résistance R , et l'ensemble est alimenté par une tension E . On négligera les effets de bord dans tout ce qui suit.



1. Établir le lien entre I et j_1 puis entre I et j_2 .
2. Exprimer le champ magnétique $\vec{B}$ qui règne en tout point de l'espace en fonction de I , μ_0 et des données géométriques du câble.

Le câble coaxial, la résistance, le générateur et les fils, supposés idéaux, qui les relient forment une boucle fermée $\mathcal{C}$.

3. Calculer le flux de $\vec{B}$ à travers toute surface S s'appuyant sur $\mathcal{C}$.
4. En déduire l'expression de l'inductance propre du câble coaxial.
5. Faites l'application numérique pour le câble coaxial en entrée d'un oscilloscope.

Données :

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$$

16.2.2 Courants de Foucault

On considère une bobine d'axe Oz , de longueur L et de rayon R ($R \ll L$), parcourue par un courant électrique $i_b(t) = I \cos(\omega t)$ et contenant n spires par unité de longueur.

On place à l'intérieur de cette bobine un tube métallique de même axe et de rayon a , et de longueur L et de conductivité électrique γ . D'un point de vue magnétique, ce conducteur est assimilé à du vide. On se place dans le cadre de l'ARQS magnétique.

1. Établir l'expression du champ magnétique dans la bobine en admettant qu'il est nul à l'extérieur de cette bobine.
2. En déduire l'existence d'un champ électrique $\vec{E}(M, t)$, puis en admettant que ce champ s'écrit sous la forme $\vec{E}(M, t) = E(r, t)\vec{u}_\theta$, en déduire son expression en fonction de μ_0 , n , I , ω et r .
3. En déduire l'existence puis l'expression d'un courant de conduction $\vec{j}_F$ dans le tube. Quel(s) effet(s) ce courant peut-il avoir sur le tube métallique ?

Données :

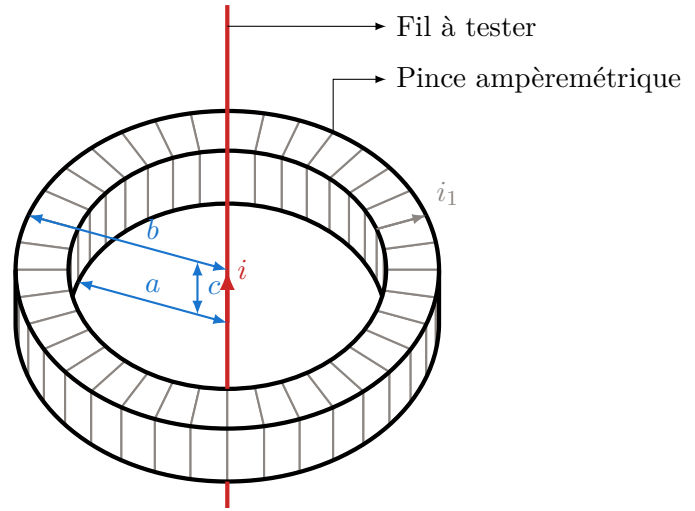
$$\text{En coordonnées cylindriques : } \begin{cases} \text{div } \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(A_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(A_z) \\ \text{rot } \vec{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{u}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial r A_\theta}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{u}_z \end{cases}$$

16.2.3 Pince ampèremétrique

Une pince ampèremétrique est un appareil dont l'extrémité possède la forme d'un tore. En disposant ce tore autour d'un conducteur parcouru par un certain courant, le dispositif équipant la pince permet d'en mesurer l'intensité.

Le dispositif de mesure de la pince ampèremétrique est formé d'un bobinage torique comportant N spires enroulées sur un tore de section rectangulaire de rayon intérieur a , de rayon extérieur b , d'épaisseur c , d'axe (Oz) . Le fil conducteur utilisé pour le bobinage possède une résistance linéique λ .

Un fil rectiligne infini de même axe (Oz) est parcouru par un courant d'intensité i . On note i_1 l'intensité du courant circulant dans la bobine torique.



1. Montrer qu'en un point M intérieur au tore, le champ magnétique peut se mettre sous la forme $\vec{B} = B(r)\vec{u}_\theta$ où l'on précisera l'expression de $B(r)$ en fonction de μ_0 , i , i_1 , N et r .
2. Calculer le flux φ de $\vec{B}$ à travers le bobinage et en déduire les expressions des coefficients d'autoinductance L du bobinage et de mutuelle inductance M entre le fil et le bobinage.
3. Déterminer l'expression de la résistance totale R_p du bobinage en fonction de a , b , c , N et λ .

On se place en régime sinusoïdal forcé avec $i(t) = I_0\sqrt{2}\cos(\omega t)$ associé à l'intensité complexe $\underline{i} = I_0\sqrt{2}\exp(j\omega t)$ et $i_1(t) = I_1\sqrt{2}\cos(\omega t + \phi_1)$ associé à l'intensité complexe $\underline{i}_1 = I_1\sqrt{2}\exp(j\omega t) \times \exp(j\phi_1)$.

4. Le bobinage formant un circuit fermé, déterminer l'expression de la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{i}_1}{\underline{i}}$ en fonction de M , ω , R_p et L .
5. Dans quel régime de pulsation ce dispositif peut-il former une pince ampèremétrique ?

16.2.4 Énergie électromagnétique d'une bobine

On considère un circuit RL série ouvert alimenté par un GBF de tension constante U_0 et on note $u(t)$ la tension aux bornes de la bobine. A $t = 0$, on ferme l'interrupteur et on s'intéresse à l'évolution de diverses grandeurs.

1. Établir la loi horaire de $i(t)$ le courant qui circule dans la bobine. On pourra noter $I_0 = \frac{U_0}{R}$.

On assimile la bobine à un solénoïde de rayons a , de longueur H et d'axe Oz . On suppose par ailleurs que $H \gg a$ de sorte que l'on puisse considérer que la bobine comme infinie et on se place dans l'ARQS magnétique. On retrouve alors l'expression du champ magnétique

$$\vec{B}(M, t) = \begin{cases} \vec{B}(r > a, t) = \vec{0} \\ \vec{B}(r < a, t) = \mu_0 n i(t) \vec{u}_z \end{cases}$$

où $i(t)$ est le courant qui parcourt la bobine à l'instant t .

2. Établir l'expression de l'inductance L en fonction de μ_0 , a , n et H .
3. Rappeler l'expression des relations de MAXWELL dans le cadre de l'ARQS magnétique. Les simplifier alors, en tout point de l'espace, en tenant compte de l'expression donnée du champ magnétique.
4. En cherchant un champ électrique sous la forme $\vec{E}(M, t) = E(r, z, t)\vec{u}_\theta$, en déduire l'expression de

$\vec{E}(M, t)$ à l'intérieur du solénoïde.

5. Exprimer le vecteur de POYNTING du champ électromagnétique à l'intérieur de la bobine et montrez qu'il vaut

$$\vec{\Pi} = -\frac{\mu_0 n^2}{4} \frac{di^2}{dt^2} r \vec{u}_r$$

Quelle est son orientation ?

6. En déduire l'expression de la puissance rentrant dans la bobine.
7. Retrouver alors l'expression de l'énergie électromagnétique qui est entrée dans la bobine en fonction de L et I_0 .

Données :

En coordonnées cylindriques : $\vec{\text{rot}} \vec{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{u}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial r A_\theta}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{u}_z$.

16.3 Oral Banque PT

16.3.1 Émission radioactive

Un amas d'atomes radioactifs, supposé ponctuel, émet à partir de l'instant $t = 0$ des particules α avec une vitesse constante v_0 . On suppose la distribution de la direction d'émission isotrope. On rappelle que les particules α sont des noyaux d'hélium ${}^4_2\text{He}$, et on admet qu'à l'instant t la charge électrique de l'amas vaut

$$q(t) = Q_0 (e^{-t/\tau} - 1) \quad \text{avec} \quad Q_0 > 0$$

- Justifier qualitativement la forme de la loi $q(t)$.
- Dans le cadre de l'ARQS magnétique, calculer le champ magnétique $\vec{B}(M, t)$ en tout point M de l'espace.
- Calculer le champ électrique $\vec{E}(M, t)$ en tout point M de l'espace.
- En exploitant judicieusement les symétries, exprimer les densités volumiques de charge $\rho(M, t)$, puis de courant $\vec{j}(M, t)$.
- Montrer que ces résultats sont compatibles avec les équations de MAXWELL. En coordonnées sphériques, on donne pour un champ $\vec{V} = V_r(r, t) \vec{e}_r$:

$$\text{div } \vec{V} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 V_r)}{\partial r} \quad \text{et} \quad \vec{\text{rot}} \vec{V} = \vec{0}$$

16.4 Annales

16.4.1 Étude de divers capteurs

[2015 PT]

Étude de capteurs capacitifs

Ces capteurs utilisent un condensateur comme composant principal. On rappelle qu'un condensateur plan est formé de deux armatures conductrices séparées par un isolant électrique. Ici, l'isolant est de l'air, dont les propriétés électriques seront supposées identiques à celles du vide (permittivité ϵ_0).

- On applique une tension U aux armatures du condensateur.
 - Effectuer un schéma figurant : le condensateur, la tension U (représentée par une flèche) et les charges stockées.
 - Rappeler la loi liant la charge du condensateur (Q) et la tension U .

2. On s'intéresse ici au cas d'un condensateur à lame d'air constitué de deux armatures planes métalliques en regard l'une de l'autre (aire de chaque armature : S), parallèles, distantes de e , séparées par de l'air (Fig 16.2). Les armatures en regard portent respectivement les densités surfaciques uniformes de charge $-\sigma$, $+\sigma$. On considèrera les dimensions des armatures beaucoup plus grandes que e , ce qui permet d'utiliser le modèle du condensateur plan illimité (ce qui revient à dire que l'on néglige les effets de bords).

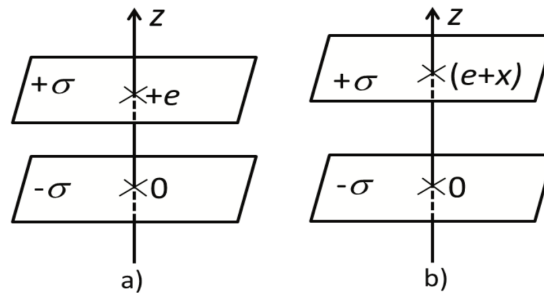


Fig. 16.2 – Condensateur plan : a) Position de référence. b) Position après déplacement de l'armature supérieure d'une quantité algébrique x

- (a) Reproduire et compléter la Fig. 16.2 a) en dessinant l'allure des lignes orientées du champ électrostatique.
 - (b) Déterminer le champ $\vec{E}(M)$ dans tout l'espace en expliquant la méthode utilisée et en donner une représentation graphique $E(z)$.
 - (c) En déduire le potentiel $V(M)$ (on considèrera $V = 0$ sur l'armature de densité surfacique négative).
 - (d) Représenter graphiquement le potentiel en fonction de z .
 - (e) En déduire l'expression littérale de la capacité C_{P0} du condensateur plan.
 - (f) On envisage maintenant la situation où l'une des deux armatures reste fixe, tandis que l'autre est susceptible de se déplacer en translation d'une quantité algébrique x ($x > -e$) par rapport à sa position de référence ($x = 0$) (Fig. 16.2 b) :
 - i. Donner l'expression de la nouvelle capacité $C_P(x)$ en fonction de C_{P0} , e , et x .
 - ii. Tracer l'allure de $C_P(x)$ pour $x > -e$ en positionnant correctement les grandeurs remarquables sur les deux axes.
 - iii. On envisage la situation de petits déplacements ($|x| \ll e$) : déterminer une expression approchée au premier ordre de la capacité du condensateur.
 - iv. Tracer la représentation graphique correspondante sur le graphe de la question ii.).
3. On considère un condensateur formé de deux armatures cylindriques coaxiales séparées par de l'air, selon le schéma et la légende de la figure Fig. XX a). L'armature interne porte une charge $-Q$ et l'externe une charge $+Q$; ces charges sont supposées uniformément réparties sur les surfaces. Les données sont : les rayons R_1 , R_2 ; la permittivité ε_0 ; la longueur L . L est beaucoup plus grand que R_2 , de telle sorte que l'on peut adopter un modèle illimité.

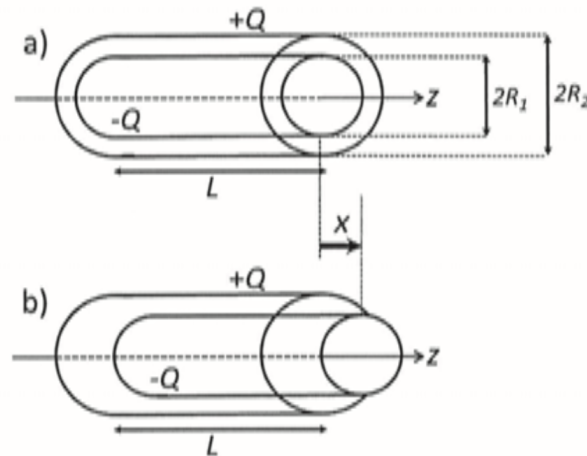


Fig. 16.3 – Condensateur cylindrique : a) Position de référence. b) Position après déplacement de l'armature intérieure d'une quantité algébrique x

- Quel est le système de coordonnées spatiales le plus adapté ici ?
- Déterminer, en justifiant qualitativement mais de manière précise, la direction, le sens du champ électrostatique et les coordonnées dont dépend son module.
- Par application du théorème de GAUSS, déterminer le champ en tout point de l'espace en fonction de Q et des données.

Reproduire et compléter le tableau ci-dessous avec les expressions littérales dans chaque zone de l'espace :

r	0	R_1	R_2	∞
$\ \vec{E}\ $				

- En déduire le potentiel électrostatique V (on impose $V = 0$ sur l'armature intérieure), puis la différence de potentiel entre l'armature externe et l'armature interne.
- Déterminer C_{C0} la capacité du condensateur sous la forme $C_{C0} = A_C L_r$ où L_r est la longueur des portions de cylindre en regard (ici $L_r = L$). Expliciter A_C en fonction des données.
- L'armature intérieure du condensateur est susceptible de se déplacer d'une distance algébrique x par rapport à sa position de référence, selon le schéma de la figure Fig. 16.3 b). On rappelle que les charges se condensent sur les portions d'armatures en regard. Déterminer l'expression littérale de la capacité $C_C(x)$ associée à une position x donnée du cylindre intérieur en fonction de C_{C0} , L et x .
- Tracer l'allure de $C_C(x)$ en positionnant correctement les grandeurs remarquables (pentes et valeurs sur les axes).
- Dans la perspective de la mesure d'un déplacement x , quelles sont les différences notables entre $C_p(x)$ et $C_c(x)$?

Étude d'un capteur inductif

Dans cette partie, on s'intéresse au fonctionnement d'un capteur inductif de déplacement. Le capteur utilise une bobine d'auto-induction. On s'intéresse dans un premier temps au champ magnétique créé par un solénoïde dans l'air, puis à partir de là au capteur lui-même, obtenu en insérant une partie mobile à l'intérieur du solénoïde.

- On considère un solénoïde de longueur l_0 et de rayon R recouvert de N spires jointives bobinées sur un cylindre rempli d'air, dans lesquelles circule un courant électrique d'intensité I (Fig. 16.4). On considérera que les propriétés magnétiques de l'air sont celles du vide et que le champ magnétique

sur l'axe du solénoïde est donné en norme par la relation $B = \mu_0 \frac{N}{l_0} I$. Tous les calculs de champ magnétique seront menés dans l'approximation du solénoïde illimité.

Les données sont : R , N , I , μ_0 et l_0 .

- Donner l'énoncé du théorème d'Ampère.
- Donner l'allure des lignes de champ magnétique d'un solénoïde de longueur l_0 (les directions et sens de ces lignes seront justifiées).
- Démontrer que le champ magnétique à l'extérieur du solénoïde est nul (modèle du solénoïde illimité).
- A partir du théorème d'Ampère, déterminer complètement le champ magnétique en tout point intérieur au solénoïde.
- En déduire l'expression littérale du coefficient d'auto-inductance L_0 du solénoïde, après en avoir rappelé la définition générale.

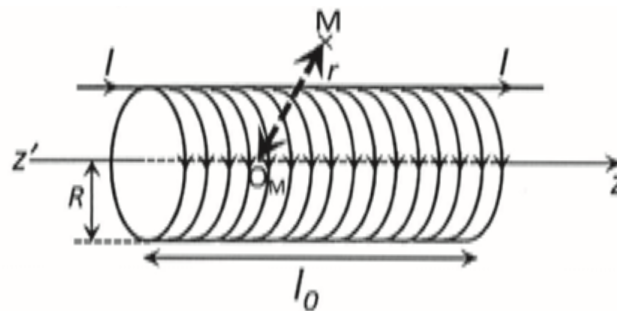


Fig. 16.4 – Solénoïde de longueur l_0 , constitué de N spires jointives bobinées sur un cylindre de rayon R rempli d'air, dans lesquelles circule un courant I et étudié dans l'approximation du solénoïde infini. r désigne la distance à l'axe d'un point M au niveau duquel on cherche à évaluer le champ B .

- Le capteur étudié est représenté sur la Fig. 16.5. Une partie mobile de longueur l_0 , appelée noyau, peut se déplacer en translation à l'intérieur du solénoïde initialement rempli d'air. Pour la suite de l'étude, nous admettrons les résultats suivants :
 - L'insertion d'un noyau à l'intérieur d'un solénoïde conduit à une modification de son coefficient d'auto-inductance : l'inductance en présence du noyau est le produit de l'inductance dans l'air par un facteur multiplicatif δ ($\delta \gg 1$).
 - Le coefficient d'auto-inductance du capteur peut être évalué comme celui résultant de la mise en série de deux solénoïdes :
 - Le premier, de longueur x , est rempli d'air.
 - Le deuxième de longueur $l_0 - x$, contient le noyau.

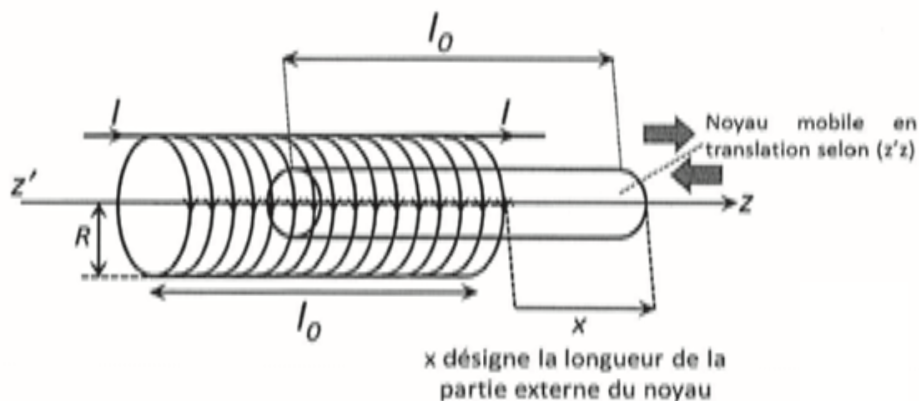


Fig. 16.5 – Capteur magnétique à insertion d'un noyau au sein du solénoïde de la fig 16.4 initialement rempli d'air

- (a) Déterminer en fonction de N , l_0 et x , le nombre N_1 de spires de la partie gauche du solénoïde sans noyau et celui (N_2) de la partie droite avec le noyau interne.
- (b) En déduire l'inductance propre de chaque partie puis l'inductance $L(x)$ en fonction de δ , L_0 , l_0 et x .
- (c) Représenter graphiquement $L(x)$ en fonction de x si $0 < x < l_0$.

16.4.2 Premiers instruments électroniques (Extrait de 2018 Banque PT A)

Nous allons nous intéresser à deux instruments de musique qui sont les ancêtres des instruments électroniques et qui sont encore utilisés de nos jours pour leur musicalité particulière : le thérémine et les ondes MARTENOT, présentés en concert à Paris respectivement en 1927 et 1928. Tous deux utilisent l'effet hétérodyne découvert en 1917. Nous étudierons essentiellement un thérémine.

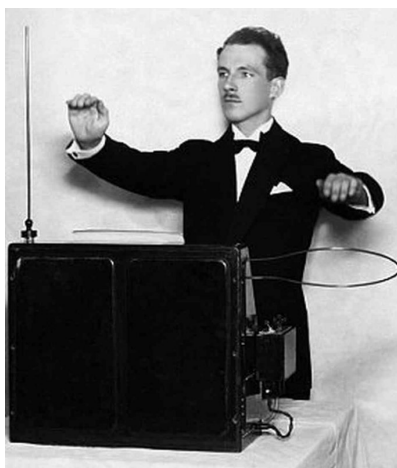


Fig. 16.6 – THÉRÉMIN et son thérémine

Document 1 : description des deux instruments

Le thérémine est un boîtier électronique avec deux antennes qui produit de la musique sans que l'instrumentiste ne touche l'instrument. Une antenne verticale est dite antenne de tonalité ou pitch car on commande la hauteur de la note en faisant varier la distance de la main droite à l'antenne verticale. L'antenne horizontale en forme de boucle est utilisée pour faire varier l'intensité du son selon la position de la main gauche (figure 16.6). La sortie du son, proche de celui d'une scie musicale, se fait par un haut-parleur. Cet instrument exige de l'instrumentiste une grande précision des mouvements de ses mains et une quasi-immobilité du reste du corps : la note juste est difficile à atteindre. Les morceaux joués sont lents.

...

Modèle explicatif de l'influence des mains

Dans cette partie nous justifions l'existence des condensateurs de capacité C_{h_i} engendrés par les mains de l'instrumentiste. La permittivité diélectrique du vide vaut $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$. On assimile la permittivité de l'air à celle du vide.

1. Définir ce qu'est un condensateur et ce qu'est sa capacité en électrostatique.
2. On considère un condensateur plan (figure 16.7). Les armatures ont une surface S et sont distantes de d avec $d \ll \sqrt{S}$. On néglige les effets de bord.
 - (a) Établir, en le justifiant, l'expression du champ électrostatique $\vec{E}$ qui règne dans l'espace entre les armatures planes en fonction de la densité surfacique de charge σ de l'armature chargée positivement.

- (b) En déduire l'expression de la différence de potentiel $U = V_1 - V_2$ entre les deux armatures.
 (c) Exprimer la capacité du condensateur en fonction de ε_0 , S et d .

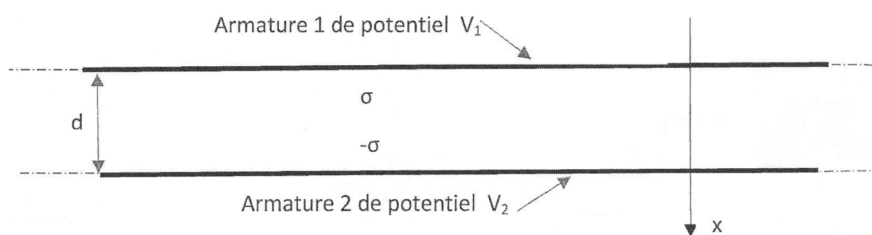


Fig. 16.7 – Condensateur plan

3. En première approche on utilise le modèle suivant décrit en figure 16.8 :
- l'antenne constitue l'armature 1 d'un condensateur plan de potentiel V_1 et de surface S ,
 - L'autre armature de potentiel nul est constituée par :
 - le corps immobile de l'instrumentiste à la distance d de l'armature 1,
 - avec sa main droite « en avant » du corps, modélisée par une surface plane de surface $s \ll S$. S est l'aire totale des armatures en regard.

Exprimer la capacité C_{h_1} en fonction de ε_0 , S , s , x et d .

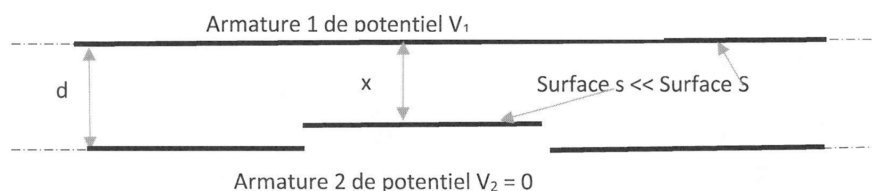


Fig. 16.8 – Modèle plan

4. L'instrumentiste déplace très légèrement la main d'une quantité δx petite devant $(x - d)$.
- (a) Exprimer la nouvelle capacité de l'ensemble.
 - (b) Quelle est la variation δC_{h_1} de la capacité au premier ordre en fonction de ε_0 , s , δx et x ?
 Faire l'application numérique pour $s = 100 \text{ cm}^2$, $x = 20 \text{ cm}$ et $\delta x = 0,5 \text{ cm}$. Commenter.
5. Le modèle est trop simpliste pour traduire la capacité de l'ensemble antenne et instrumentiste. Il faut évidemment tenir compte de la géométrie de l'antenne qui est un cylindre de hauteur h et de rayon r . Des études sur les antennes conduisent à une évaluation de la capacité de la forme $C_{a_0} = \frac{2\pi\varepsilon_0 h}{\ln(\frac{2h}{d})}$ en absence d'instrumentiste. La présence de l'instrumentiste avec une main à la distance x introduit une modification de la capacité égale à $\Delta C_{a_0} = \frac{\pi\varepsilon_0 h}{10 \ln(\frac{2x}{d})}$.
 Calculer l'ordre de grandeur $\Delta C_{a_0}/C_{a_0}$ pour une antenne de hauteur $h = 50 \text{ cm}$ de diamètre $d = 1 \text{ cm}$ avec une distance $x = 20 \text{ cm}$ entre la main droite et l'antenne. On donne $\log 2 = 0,30$.