

# Table des matières

<b>20</b>	<b>Interférence par division du front d'onde</b>	<b>2</b>
<b>20.1</b>	<b>Exercices d'application</b>	<b>2</b>
20.1.1	Différence de marche et développement limité .....	2
<b>20.2</b>	<b>Problèmes</b>	<b>2</b>
20.2.1	Trous d'YOUNG en lumière polychromatique .....	2
20.2.2	Trous d'YOUNG en lumière blanche .....	3
20.2.3	Expérience de FIZEAU .....	3
20.2.4	Bi-lentilles de BILLET .....	4
<b>20.3</b>	<b>Annales</b>	<b>5</b>
20.3.1	Mesure d'épaisseur par interférométrie .....	5
20.3.2	D'autres planètes habitables? .....	6

---

# 20 Interférence par division du front d'onde

## 20.1 Exercices d'application

### 20.1.1 Différence de marche et développement limité

On s'intéresse à la figure ci-dessous :

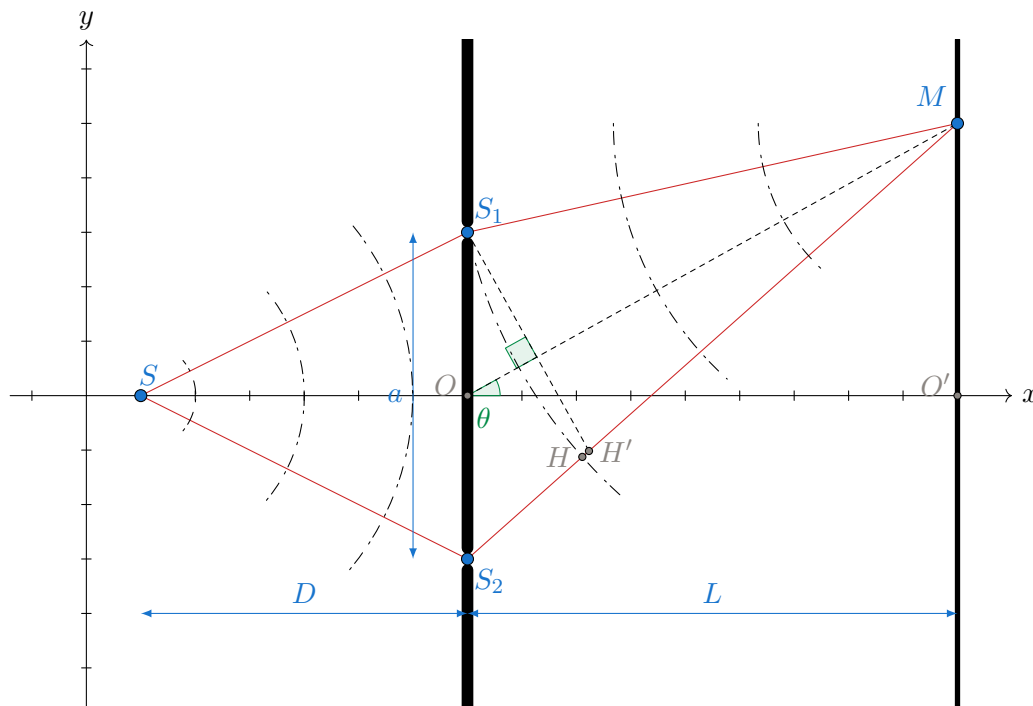


Fig. 20.1 – Schéma du montage dit « Trous d'YOUNG »

On se place dans les conditions d'observation suivantes :  $L \gg a$  et  $|y| < y_{\max}$  et  $|z| < z_{\max}$  avec  $y_{\max}, z_{\max} \ll L$ .

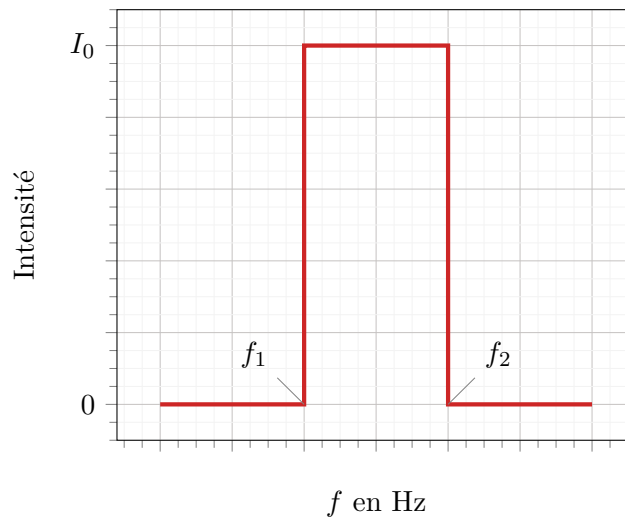
1. À partir de la figure 20.1, exprimer les longueurs  $S_1M$  et  $S_2M$  en fonction de  $L, a, y$  et  $z$ .
2. En déduire une expression approchée à l'ordre deux en  $a, y, z$  de  $S_1M$  et  $S_2M$ , puis l'expression de la différence de marche  $\delta$ .
3. Retrouver le résultat démontré à l'aide du théorème de Malus.

## 20.2 Problèmes

### 20.2.1 Trous d'Young en lumière polychromatique

1. Décrire le système interférentiel des trous d'YOUNG. On notera  $a$  la distance entre les trous et  $D$  la distance entre le plan des trous et l'écran. On se placera dans le cas où  $D \gg a$ .
2. Déterminer l'intensité lumineuse en un point de l'écran d'un tel système, lorsqu'il est éclairé par une source monochromatique placée en l'infini amont des trous.

On choisit une source polychromatique de profil spectral représenté ci-dessous et on note  $dA = A_0 df$ , où  $A_0$  est une constante l'amplitude de l'intensité associée à la fréquence  $f$ .



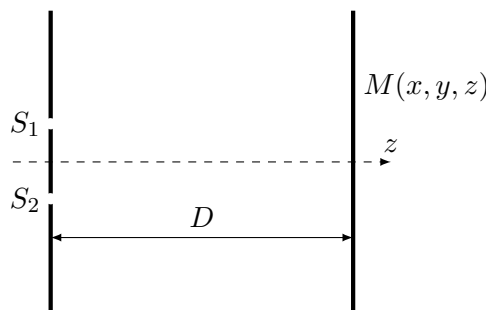
3. Exprimer l'intensité lumineuse  $dI(M)$ , perçue en un point  $M$  de l'écran si la source ne comporte que la fréquence  $f$ , en fonction de  $A_0$ ,  $df$ ,  $f$ ,  $c$ ,  $n$  et  $\delta$ .
4. En déduire l'expression de l'intensité totale  $I(M)$  perçue en un point  $M$  de l'écran.

**Données :**

$$\sin a - \sin b = 2 \sin \left( \frac{a-b}{2} \right) \cos \left( \frac{a+b}{2} \right).$$

**20.2.2 Trous d'Young en lumière blanche**

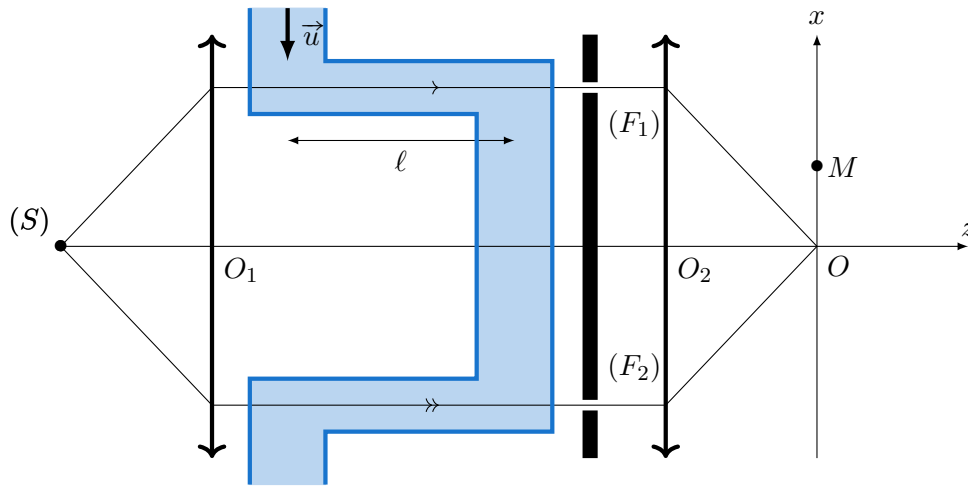
On éclaire deux trous d'YOUNG séparés de  $a = 500 \mu\text{m}$  par une source de lumière blanche. Un écran est placé à  $D = 1 \text{ m}$  des trous.



1. Rappeler ce que l'on observerait avec une source contenant une seule longueur d'onde : aspect des franges, position de l'ordre  $p = 0$  ?
2. Expliquer qualitativement ce qui est observé ici en  $x = 0$ ,  $x$  proche de 0,  $x$  loin de 0.
3. On place une fibre optique reliée à l'entrée d'un spectromètre en  $x = d = 4 \text{ mm}$ . On observe des annulations dans le spectre obtenu, appelées cannelures : expliquer.
4. Trouver le nombre de cannelures et les longueurs d'ondes associées.
5. On considère que si la variation  $\Delta p$  de l'ordre d'interférence en un point est très supérieure à 1 alors il y a brouillage. Expliquer.
6. Déterminer l'ordre de grandeur  $x_b$  de  $x$  à partir duquel il y a brouillage.

**20.2.3 Expérience de Fizeau**

Le dispositif ci-dessous est constitué d'une source ponctuelle ( $S$ ) monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  placée au foyer objet d'une lentille  $\mathcal{L}_1$ , d'un tube coudé transparent contenant un liquide d'indice  $n$  initialement au repos, d'une plaque percée de deux trous distants de  $a$ , d'une lentille  $\mathcal{L}_2$  (de distance focale  $f'_2$ ) et d'un écran ( $E$ ).



1. À quelle distance doit-on placer l'écran ( $E$ ) de la lentille  $\mathcal{L}_2$  pour y faire interférer des rayons issus des deux trous et inclinés d'un même angle ?
2. Construire deux rayons issus de ( $S$ ) interférant en un point  $M$  placé sur l'écran (avec  $M \neq O$ ).
3. Établir la différence de chemin optique entre les deux rayons et calculer l'interfrange  $i$  de la figure d'interférence observée.

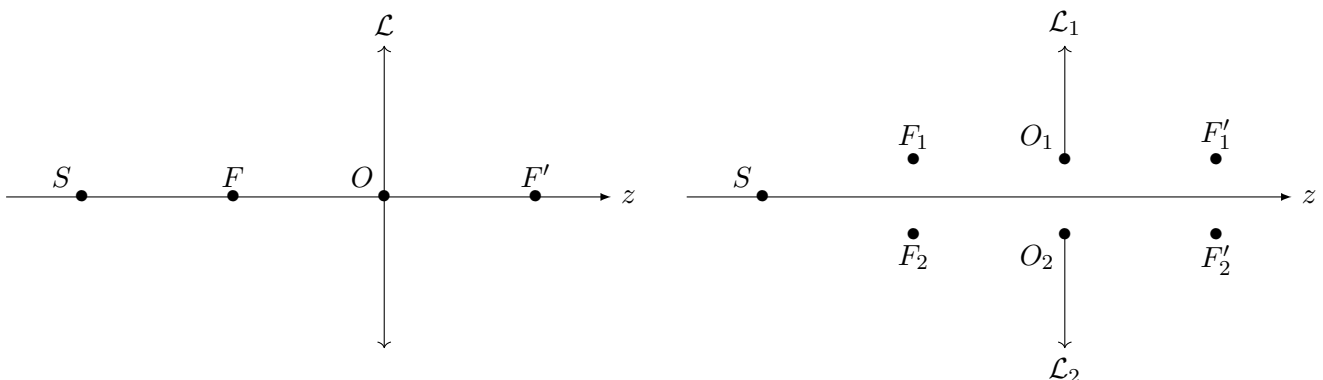
Dans la suite, une pompe met en mouvement le liquide à la vitesse  $u \ll v$  où  $v$  est la célérité de la lumière dans le liquide. On observe un déplacement du système de franges sur l'écran.

4. En adoptant la loi classique de composition des vitesses, exprimer les temps  $t_B$  et  $t_H$  mis par la lumière pour traverser les tubes bas et haut puis la différence  $\Delta t$  des temps de parcours entre les rayons interférant en  $O$ .
5. En déduire que la différence de chemin optique en ce point vaut  $\delta_O = \frac{2n^2 u \ell}{c}$ .
6. Dans quel sens défilent les franges sur l'écran ? Calculer le déplacement  $x_0$  de la frange d'ordre 0.
7. Cette expérience, réalisée en 1851, a montré un déplacement inférieur à  $x_0$ . Que peut-on en conclure ?

**20.2.4 Bi-lentilles de Billet**

Le dispositif des bilentilles de BILLET est élaboré à partir d'une lentille convergente  $\mathcal{L}$  de centre  $O$ , d'axe optique ( $Oz$ ), de rayon  $R$  et de distance focale  $f'$ . Cette lentille est coupée en deux dans le plan ( $Oyz$ ), formant ainsi deux demi-lentilles  $\mathcal{L}_1$  et  $\mathcal{L}_2$ . Chaque demi-lentille se comporte exactement comme une lentille ayant son propre centre optique et ses propres foyers.

Les demi-lentilles sont translatées symétriquement suivant  $Ox$  pour les séparer d'une distance  $\Delta$ . Dans le repère ( $Oxyz$ ), les centres optiques  $O_1$  et  $O_2$  ont alors pour coordonnées  $(\pm \frac{\Delta}{2}, 0, 0)$ . Ce dispositif est éclairé par une source monochromatique ponctuelle  $S$  située à distance  $L = 2f'$  de  $O$ . Des caches opaques, non représentés sur la figure, permettent de bloquer la lumière ne passant pas par les demi-lentilles.



1. Construire les deux images  $S_1$  et  $S_2$  de  $S$  par les lentilles  $\mathcal{L}_1$  et  $\mathcal{L}_2$ .
2. Exprimer les positions de  $S_1$  et  $S_2$ , c'est-à-dire la distance  $a$  entre  $S_1$  et  $S_2$  et la distance  $d$  entre la droite  $(S_1S_2)$  et le plan contenant les demi-lentilles.
3. Justifier que  $S_1$  et  $S_2$  se comportent comme deux sources secondaires à même de générer une figure d'interférences. Construire alors sur le schéma le champ d'interférences.
4. Calculer la distance minimale  $D_{\min}$  à laquelle il faut placer un écran d'observation pour observer des interférences. Cette distance sera comptée à partir des demi-lentilles.
5. L'écran est placé à distance  $D > D_{\min}$  des demi-lentilles. Déterminer l'interfrange puis le nombre de franges visibles sur l'écran.

**Données :**

Le centre optique de la lentille est noté  $O$ , son foyer principal objet est noté  $F$  et son foyer principal image  $F'$ . La lentille a une distance focale image  $f'$ .  $A$  est un point de l'axe optique et  $A'$  son image par la lentille.

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$$

**20.3 Annales****20.3.1 Mesure d'épaisseur par interférométrie****[2017 Banque PT A]**

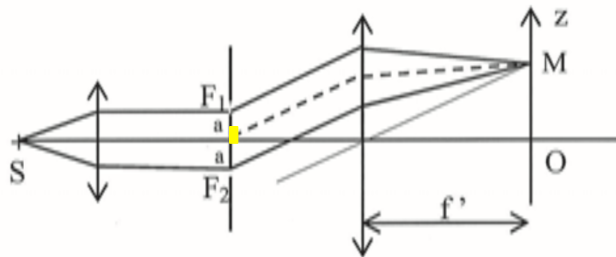
Frits ZERNIKE, qui a obtenu le prix NOBEL en 1953 pour son microscope à contraste de phase, a dans un premier temps utilisé un montage interférentiel à trois fentes, pour contrôler ou mesurer l'épaisseur d'une fine lame transparente à faces parallèles.

Dans cette partie, on suppose tous les rayons lumineux très peu inclinés par rapport à l'axe horizontal.

**Système interférentiel à deux fentes**

On considère d'abord un système de deux fentes  $F_1$  et  $F_2$  très fines perpendiculaires au plan de la figure 20.2. Elles sont distantes de  $2a$  et de grande longueur. L'ensemble est éclairé par une source  $S$  ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  placée au foyer objet d'une lentille convergente. L'observation de la figure d'interférence se fait sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale image  $f'$ .

On s'intéresse aux ondes reçues au point  $M$  d'ordonnée  $z$  sur l'écran et on suppose  $z$  et  $a$  très petits devant  $f'$  :  $x, a \ll f'$ .

**Fig. 20.2**

On adopte le modèle scalaire de la lumière et on note  $s_0$  l'amplitude associée au rayon fictif (en pointillée sur la figure) provenant du milieu des deux fentes. Les amplitudes complexes des deux rayons issus de  $F_1$  et  $F_2$  et déphasés d'un angle  $2\varphi$  sont alors :  $s_1 = s_0 e^{+j\varphi}$  et  $s_2 = s_0 e^{-j\varphi}$ .

On note  $E_0 = s_1 \cdot s_1^* = s_2 \cdot s_2^* = s_0^2$  l'éclairement (ou intensité lumineuse) émis par chacune des deux

fentes.  $s_0$  est un constante liée à l'intensité de la source.

1. Après avoir cité le théorème utile, exprimer  $\varphi$  en fonction de  $a$ ,  $f'$ ,  $\lambda$  et  $z$ .
2. Exprimer l'éclairement  $E$  résultant de l'interférence des deux ondes en fonction de  $E_0$  et  $\varphi$ . Tracer l'allure de la courbe  $E$  en fonction de  $\varphi$ .

---

### Système interférentiel à trois fentes

---

On ajoute une troisième fente  $F_0$  au milieu des deux autres et identique à celles-ci.

3. Montrer que le nouvel éclairement peut se mettre sous la forme :  $E = E_0 (1 + 2 \cos \varphi)^2$ .

On rappelle la formule trigonométrique :  $\cos(2\varphi) = 2 \cos^2 \varphi - 1$ .

4. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

$\varphi$ en rad	0	$2\pi/3$	$\pi$	$4\pi/3$	$2\pi$
$E/E_0$					

5. Tracer l'allure de la courbe  $E/E_0$  en fonction de  $\varphi$ .

À partir du montage à trois fentes, on ajoute devant la fente centrale  $F_0$  et parallèlement au plan des fentes, une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n = 1,5$ .

$e$  étant très faible, on considèrera que le rayon lumineux qui travers la lame, parcourt une distance  $e$  dans le verre, sans être dévié.

6. Montrer que si l'épaisseur de la lame est telle qu'elle induit un retard de phase de  $\pi/2$  pour le rayon central, on retrouve une alternance régulière de franges brillantes et de franges sombres (pas nécessairement noires), contrairement à la question précédente.
7. Si on veut contrôler par cette méthode que la lame a bien l'épaisseur souhaitée  $e = 0,3 \mu\text{m}$ , quelle valeur faut-il choisir pour  $\lambda$ ?

#### 20.3.2 D'autres planètes habitables ?

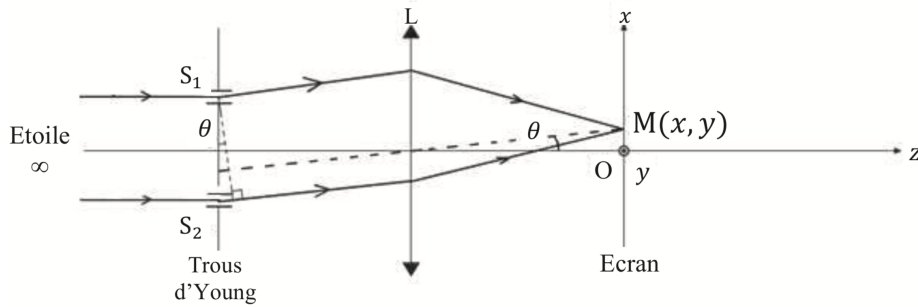
[2015 CCP TSI Physique Chimie]

Alors que la Terre est actuellement la seule planète connue pour abriter la vie, les astrophysiciens ont découvert une exoplanète bleue, nommée Isis.

On se propose dans cette partie d'analyser une technique de détection d'exoplanètes faisant appel à l'interférométrie [...]. Comme notre planète, Isis orbite autour d'une étoile. L'observation du couple étoile-exoplanète est réalisé à une longueur d'onde  $\lambda$  (généralement située dans l'infrarouge).

Dans un premier temps, on considère uniquement l'étoile. On l'assimile à une source plane monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  se propageant suivant l'axe horizontal ( $Oz$ ) à la célérité  $c$ . Perpendiculairement à cet axe, on dispose un écran opaque percé de deux trous d'YOUNG écartés d'une distance  $a$ . On note  $S_1$  et  $S_2$  les centres des deux trous d'YOUNG (voir figure 20.3 ci-dessous).

L'observation est effectuée sur un écran situé dans le plan focal d'une lentille convergente de focale  $f'$ . On s'intéresse à l'onde lumineuse  $s(M, t)$  en un point  $M(x, y)$  de l'écran, résultante de la superposition des ondes provenant de  $S_1$  et  $S_2$ . On note  $A$  l'amplitude de ces deux ondes et on suppose que leur déphasage à l'origine est nul.



**Fig. 20.3** – Dispositif des trous d'YOUNG

1. On rappelle que les capteurs optiques quadratiques fournissent un signal proportionnel à l'intensité lumineuse, c'est-à-dire proportionnel à la moyenne du carré du signal notée  $\langle s^2(M, t) \rangle$ .

On note  $I_0 = \frac{A^2}{2}$  l'intensité lumineuse de chacune des ondes. On donne la formule de linéarisation suivante :

$$\cos a \times \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a - b) + \cos(a + b))$$

Exprimer l'intensité lumineuse  $I(M, t) = \langle s^2(M, t) \rangle$  au point  $M$  en fonction de  $I_0$  et de la différence de marche  $\delta$  entre les deux chemins optiques.

2. Rappeler les conditions principales pour que le phénomène d'interférences apparaisse. Ces conditions sont-elles réunies ici ?
3. Déterminer la valeur du contraste.

L'utilisation d'une lentille impose d'être dans les conditions de GAUSS.

4. Énoncer les conditions de GAUSS.
5. On suppose les conditions de GAUSS vérifiées. L'angle  $\theta$  défini sur le schéma de la figure 20.3 est tel que

$$\sin \theta \simeq \tan \theta$$

L'indice optique de l'air est pris égal à 1.

Montrer que la différence de marche a pour expression

$$\delta = \frac{a \times x}{f'}$$

En déduire l'expression de l'interfrange  $i$ .

6. Quelle est la forme des franges observées ? Sont-elles localisées ? Justifier.

On considère dans un second temps l'étoile et son exoplanète comme deux sources incohérentes planes monochromatiques de longueur d'onde  $\lambda$  se propageant suivant l'axe  $(Oz)$  à la célérité  $c$ .

7. Pour quelle raison ce dispositif ne permet-il pas de déterminer la présence d'une exoplanète ?

Pour mettre en évidence la présence d'une exoplanète, on utilise deux télescopes. En recombinant les faisceaux issus des deux télescopes sur une recombinaison optique située au milieu des deux télescopes, ces faisceaux seront en phase et l'on obtiendra des interférences constructives. Ainsi dans l'interférométrie classique, les signaux des deux télescopes se combinent pour construire une frange centrale d'intensité maximale sur la ligne de visée, c'est-à-dire dans la direction de l'étoile observée. Cependant à l'aide d'un principe ingénieux, l'interféromètre de BRACEWELL (voir figure 20.4 ci-dessous), il est possible d'introduire sur le faisceau de l'un des télescopes un déphaseur achromatique de  $\pi$ , de sorte que les interférences deviennent destructives dans la direction de l'étoile. On « éteint » ainsi le flux de l'étoile : c'est ce qu'on

appelle l'interférométrie à frange noire.

Dans la direction de la planète qui fait un angle  $\alpha$  par rapport à la direction de l'étoile, on introduit une différence de marche supplémentaire de  $D \times \sin \alpha$  où  $D$  est la distance entre les deux télescopes. Si on adapte  $D$ , on peut s'arranger pour qu'à la longueur d'onde d'observation, la différence de marche supplémentaire compense exactement le déphasage  $\pi$  introduit par le déphaseur. On réalise alors dans la direction de la planète des interférences constructives.

Toute source sur l'axe (ici l'étoile), donc sur la frange sombre, est éteinte de manière très efficace. Une source hors-axe (ici l'exoplanète), sur une frange claire, n'est pas ou peu affectée et est donc détectée avec un bien meilleur contraste.

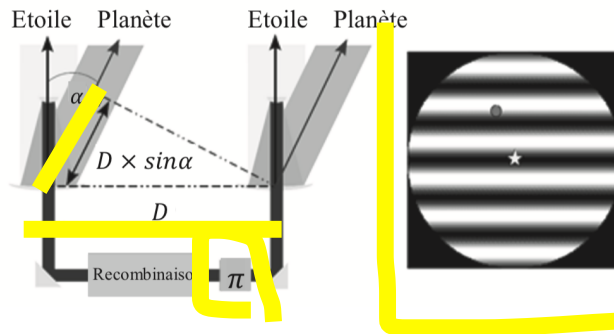


Fig. 20.4 – Principe de fonctionnement de l'interféromètre de BRACEWELL

Pour comprendre le principe de fonctionnement de l'interféromètre de BRACEWELL, on se ramène à l'expérience des trous d'YOUNG en considérant la direction de l'étoile suivant l'axe ( $Oz$ ) et la direction de la planète inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à la direction de l'étoile. Un déphaseur est introduit avant la lentille et la recombinaison est associée au point  $O$  de l'écran :

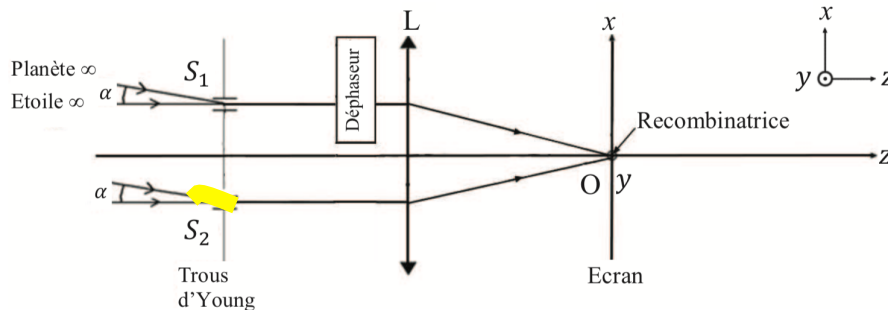


Fig. 20.5 – Dispositif des trous d'YOUNG pour une planète vue sous un angle  $\alpha$

8. Lorsque l'interféromètre de BRACEWELL pointe en direction de l'étoile, quelle est l'expression de l'intensité lumineuse due uniquement à l'étoile en un point de la recombinaison ? Quelle est la valeur de l'ordre d'interférences dans un tel cas ?
9. Lorsque l'interféromètre de BRACEWELL pointe en direction de l'étoile, quelle est l'expression de l'intensité lumineuse due uniquement à l'exoplanète en un point de la recombinaison pour un usage optimal ?
10. Justifier que l'interféromètre de BRACEWELL permet de mettre en évidence la présence d'une exoplanète.